

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Лабораторный практикум

по курсу «Общая физика»

для студентов, обучающихся по направлениям
«Теплоэнергетика и теплотехника», «Ядерная энергетика и теплофизика»,
«Энергетическое машиностроение», «Машиностроение»,
«Прикладная механика», «Мехатроника и робототехника»

Под редакцией Д.А. Иванова, С.Д. Федоровича

Москва
Издательство МЭИ
2022

УДК 537
ББК 22.3
М 55

*Утверждено учебным управлением НИУ «МЭИ»
в качестве учебного издания*

Подготовлено на кафедре
общей физики и ядерного синтеза

Рецензенты: докт. физ.-мат. наук, проф. МАИ А.М. Борисов;
докт. техн. наук, проф. кафедры ОФиЯС НИУ МЭИ
А.Т. Комов

Авторы: А.Н. Варава, Ю.В. Вершинина, А.В. Захаренков,
М.А. Зверев, Д.А. Иванов, И.В. Иванова, В.В. Манухин,
Д.В. Перегудов, С.Д. Федорович, П.П. Щербаков

М 55 Механика. Молекулярная физика и термодинамика: лабораторный практикум / А.Н. Варава, Ю.В. Вершинина, А.В. Захаренков и др.; под ред. Иванова Д.А., Федоровича С.Д. – М.: Издательство МЭИ, 2022. – 174 с.

ISBN 978-5-7046-2633-6

Материал, представленный в практикуме, подобран по принципу, сочетающему тематическую фронтальность, индивидуальный метод обучения и элементы научного исследования, которые знакомят с экспериментальными методами измерения физических характеристик тел и свойств веществ.

Для студентов, обучающихся по направлениям: «Теплоэнергетика и теплотехника», «Ядерная энергетика и теплофизика», «Энергетическое машиностроение», «Машиностроение», «Прикладная механика», «Мехатроника и робототехника» в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования.

**УДК 537
ББК 22.3**

ISBN 978-5-7046-2633-6

© Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	4
ТОЧНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ.....	6
ВВОДНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.....	21
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. Изучение динамики поступательного движения на машине Атвуда.....	26
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. Изучение динамики поступательного движения твердого тела по наклонной плоскости.....	33
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Определение силы сопротивления грунта при забивке сваи на модели копра.....	43
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. Изучение закона сохранения импульса на модельной системе пушка-снаряд.....	50
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. Определение средней силы взаимодействия при центральном ударе шаров.....	57
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6. Опытное определение момента инерции маховика.....	64
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7. Опытное определение момента инерции крестообразного маятника (маятника Обербека).....	74
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8. Изучение плоского движения твердого тела на примере маятника Максвелла.....	81
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9. Определение момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.....	88
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10. Изучение колебаний физического маятника.....	97
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11. Изучение затухающих колебаний пружинного маятника.....	105
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12. Определение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении.....	112
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13. Опытное определение показателя адиабаты γ воздуха.....	122
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14. Определение удельной теплоты кристаллизации олова и изменения энтропии в процессе кристаллизации	133
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15. Определение коэффициента динамической вязкости воздуха при различных температурах.....	143
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 16. Определение коэффициента динамической вязкости жидкости по методу Стокса.....	151
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 17. Определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити.....	160
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	168

ПРЕДИСЛОВИЕ

В данной работе излагаются теоретические основы и техника эксперимента восемнадцати лабораторных работ: двенадцать лабораторных работ по механике и шесть работ по основам молекулярной физики и термодинамики. В отдельной главе рассмотрены элементы теории погрешности при физических измерениях.

По сравнению с предыдущим изданием добавлено описание вводной работы по механике, существенно переработаны методики экспериментов и обработки результатов измерений (лабораторные работы 2,3,5,7,13,16). В соответствии с учебными планами данный лабораторный практикум выполняется студентами первого курса в учебных лабораториях кафедры ОФиЯС. Выполнение каждой работы рассчитано на два академических часа аудиторных занятий и два часа самостоятельной подготовки к ее выполнению.

Практикум базируется на лабораторном оборудовании, разработанном либо существенно модернизированном как в техническом, так и в методическом отношении преподавателями и сотрудниками кафедры ОФиЯС НИУ МЭИ. К соответствующим установкам по механике относятся, прежде всего, «наклонная плоскость», «пушка», «маховик», «машина Атвуда», «затухающие колебания». Цикл работ по основам молекулярной физики и термодинамики полностью оригинален, а методическое обеспечение значительно расширено.

При разработке методического обеспечения практикума авторы стремились внести в учебный процесс элементы научного исследования. С этой целью значительное внимание уделялось постановке конкретной практической задачи и способам ее реализации, описанию процессов, происходящих в системе при выполнении учебного эксперимента, способам обработки экспериментальных данных, включая оценку погрешности результатов измерений.

В процессе выполнения учебного эксперимента студенты знакомятся с экспериментальными методами измерения физических характеристик тел и свойств веществ, с современными электронными приборами для измерения интервалов времени, перемещений, периода колебаний, способами и устройствами для измерения температуры, давления, расхода.

Практикум состоит из двух основных разделов по механике, молекулярной физике и термодинамике, а также содержит разделы по погрешностям физических измерений, справочный материал в виде таблиц,

представленных в приложении. В сборнике используется сплошная нумерация лабораторных заданий.

Структуры описаний работ традиционны для физического лабораторного практикума и включают в себя теоретическое введение с описанием метода измерений и выводом расчетных соотношений, описание схемы экспериментальной установки и методики проведения измерений, порядок выполнения работы и обработки экспериментальных данных. Из-за разнообразия конкретного исполнения установок и постоянного их обновления подробное изложение особенностей методики проведения эксперимента приводится в указаниях непосредственно на установке. В конце каждого описания приводится перечень контрольных вопросов, которые могут быть использованы преподавателями при составлении заданий для защиты лабораторных работ.

Значительное внимание уделено статистической обработке результатов измерений с использованием персональных ЭВМ. Программные средства, используемые в физической лаборатории, содержат стандартные пакеты для статистической обработки результатов эксперимента и их представления в виде таблиц и графиков.

Авторы выражают глубокую благодарность ассистенту кафедры ОФиЯС Лукьянцеву Д.С., за внимание к работе, ценные замечания и дополнения в методику эксперимента, а также Авиловой И.В. и Губаревой О.В. – за неоценимую техническую помощь.

ТОЧНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Предметом физического исследования являются общие свойства физических объектов и происходящие в них процессы. В количественном отношении эти свойства характеризуются *физическими величинами*. Поэтому цель любого эксперимента – определение числового значения конкретной физической величины с помощью специальных технических средств, т.е. *измерение*.

Любая физическая величина обладает *истинным значением*, которое идеально отражает соответствующие свойства объекта.

При проведении измерений вследствие несовершенства методов и средств измерений, непостоянства внешних условий получают не истинное, а приближенное значение физической величины. *Действительным значением* называют значение физической величины, найденное экспериментально. Это значение должно быть настолько близким к истинному, чтобы оно могло быть использовано вместо него в последующих анализах и расчетах. При этом возникает вопрос о степени достоверности результата измерения, что является неотъемлемой составляющей любого физического эксперимента.

1. Прямые и косвенные измерения

По способу получения результатов физические измерения подразделяются на прямые и косвенные.

Прямые измерения – измерения, при которых значение физической величины находят непосредственно из эксперимента (с помощью соответствующего измерительного прибора). Измеряемая величина сравнивается непосредственно с известной мерой, эталоном или с показаниями прибора, проградуированного в этих единицах.

Косвенные измерения – измерения, при которых значение измеряемой физической величины находится на основании известной зависимости (формулы), связывающей значение косвенно измеряемой величины со значениями величин, измеряемых непосредственно в эксперименте или взятых из таблиц.

Например, требуется определить ускорение тела при его равнопеременном прямолинейном движении. Непосредственно могут быть измерены время t (по секундомеру) и путь S (по линейке). Ускорение a определяется косвенным образом, т.е. рассчитывается по формуле $a = 2s/t^2$.

2. Точность измерений. Погрешности измерений (классификация, источники)

2.1. Понятие погрешности

Основное качество измерения – его точность. *Точность измерения* определяется близостью результата измерения к истинному значению измеряемой величины. Следует помнить, что никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно. Оценка точности определения той или иной физической величины – неотъемлемая часть эксперимента. Точность измерения характеризуется погрешностью измерения. *Погрешностью измерения* называют отклонение результата измерения от истинного значения физической величины.

По числовому выражению различают два вида погрешностей:

- абсолютную;
- относительную.

Абсолютная погрешность – разность между измеренным значением физической величины и ее истинным значением, взятая по модулю:

$$\Delta x = |x_i - x|, \quad (1)$$

где x_i – измеренное значение физической величины; x – истинное значение.

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины и определяется в связи с методом измерения этой величины.

Относительная погрешность – безразмерная величина, равная отношению абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины (при многократных измерениях – к среднему значению):

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x}. \quad (2)$$

Относительная погрешность может выражаться в процентах:

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%. \quad (3)$$

2.2. Классификация погрешностей по их происхождению

В зависимости от причин, вызвавших появление погрешностей, различают погрешности методические, инструментальные и собственно ошибки измерений.

Методические погрешности определяются недостатками выбранного метода измерений, неточностью расчетной формулы.

Инструментальные погрешности определяются недостатками использованного при измерении прибора, неточностью его изготовления.

Собственно ошибки измерения вызываются рядом дополнительных, случайных, побочных факторов.

2.3. Классификация погрешностей по характеру проявления

Погрешности можно разделить на два вида – систематические и случайные. **Систематические погрешности** имеют определенный знак, т.е. вызывают отклонение результата измерений от истинного значения все время в одну сторону. Такие погрешности связаны либо с неисправностью прибора, либо с недостатками методики измерения. Систематические погрешности можно свести к минимуму, пользуясь более совершенной методикой, введением поправок.

Существует систематическая погрешность, которую нельзя устранить и для которой нельзя ввести поправки. Это систематическая погрешность, определяемая методом измерений и точностью измерений, получаемых с помощью прибора в соответствии с его техническими характеристиками. Соответствующую погрешность называют **приборной (инструментальной) погрешностью** $\Delta x_{\text{пр}}$. Приборная погрешность является систематической, т.е. при повторных измерениях дает отклонение измеряемой величины от истинного значения в одну сторону, но мы никогда не знаем, в какую именно. Поэтому приборная погрешность записывается с двойным знаком $\pm \Delta x_{\text{пр}}$.

Любой прибор позволяет проводить измерения лишь с определенной точностью. В соответствии с этой точностью производится разделение шкалы прибора на деления. Приборная погрешность либо рассчитывается по классу точности прибора, либо равна половине цены деления его шкалы. Например, приборная погрешность линейки, разделенной на миллиметры (цена деления 1 мм), $\Delta x_{\text{пр}} = \pm 0,5$ мм.

В приборах, у которых переход от одного деления к другому осуществляется скачком (стрелочный секундомер), приборная погрешность равна цене деления. У приборов, снабженных нониусом (штангенциркуль, микрометр), приборная погрешность равна цене деления нониуса.

Погрешности электроизмерительных стрелочных приборов рассчитываются по классу точности.

Класс точности определяет максимальную абсолютную погрешность средств измерения, выраженную в процентах.

$$K = \frac{\Delta a}{a_{\max}} \cdot 100\%, \quad (4)$$

где K – класс точности прибора, a_{\max} – максимально возможное значение измеряемой величины на данном диапазоне прибора; Δa – абсолютная максимальная погрешность прибора. Абсолютная погрешность измерения данным прибором рассчитывается по формуле

$$\Delta a = \frac{K}{100\%} a_{\max}. \quad (5)$$

Электроизмерительные приборы делятся на восемь классов точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Чем выше класс точности, тем меньше значение K и меньше погрешность измерения.

В современных экспериментальных исследованиях широко используются цифровые измерительные приборы. Погрешность измерения цифровыми приборами рассчитывается по формулам, представленным в паспорте прибора.

Так, формула для расчета абсолютной погрешности измерения напряжения постоянного тока в пределах от 0,5 до 5 В с помощью цифрового мультиметра GDM-8245 имеет вид

$$\Delta U = (0,0003U_x + 4k), \quad (6)$$

где k – разрешение (для данного диапазона $k = 0,1$ мВ); U_x – измеренное значение напряжения.

Случайные погрешности с равной вероятностью принимают как положительные, так и отрицательные значения. Случайные погрешности определяются множеством различных внешних причин, действие которых случайным образом изменяется при повторных измерениях одной и той же физической величины. Полностью устранить случайную погрешность невозможно, но можно уменьшить влияние случайных факторов, проведя многократные измерения данной физической величины и выбрав в качестве действительного значения среднее значение измеряемой величины.

Погрешность измерения, существенно превышающую ожидаемую при данных условиях, называют **грубой погрешностью** измерений. Как правило, источником грубой погрешности является невнимательность экспериментатора, и поэтому ее называют также **промах**. Результаты измерений, содержащих промахи, исключаются из дальнейшей обработки данных.

3. Статистическая обработка результатов измерений

3.1. Вычисление погрешностей прямых измерений

Выполнив n измерений величины x при неизменных условиях опыта, получим ее значения

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n.$$

Разброс значений x_i характеризует случайную погрешность измерения величины x . Для обработки результатов измерений, содержащих случайные погрешности, используется аппарат математической статистики и теории вероятностей. В соответствии с ним наилучшим приближением к истинному значению измеряемой величины x является **среднее арифметическое** \bar{x} измеренных значений x_i :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}. \quad (7)$$

Необходимо оценить, насколько \bar{x} близко к истинному значению измеряемой величины x . При этом мы можем говорить лишь о какой-то вероятности того, что истинное значение величины лежит в некоторых пределах вблизи \bar{x} . Задача состоит в том, чтобы найти эти пределы Δx , соответствующие определенной вероятности:

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x. \quad (8)$$

Интервал, определяемый условием (8), называется **доверительным интервалом**.

Вероятность, с которой доверительный интервал включает истинное значение измеряемой величины, называется **доверительной вероятностью** P . Чем больше доверительная вероятность, тем больше ширина доверительного интервала. В рядовых физических экспериментах обычно выбирают $P = 0,95$.

Результаты измерения величины x , согласно (8), можно изобразить графически на числовой оси (рис. 1)

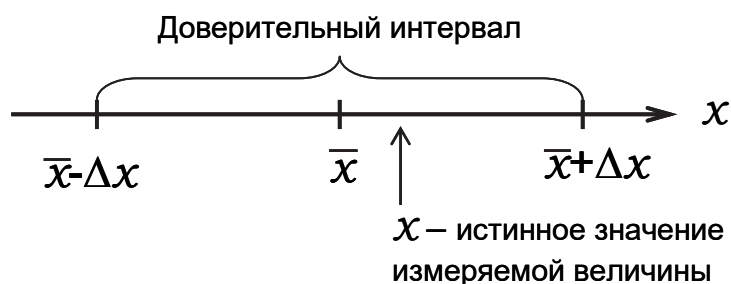


Рис. 1. Результаты измерения величины x

Рассматривая закономерности, которым подчиняются случайные погрешности, прежде всего, следует отметить, что они возникают в результате воздействия большого числа независимых факторов.

Английский математик Госсет (псевдоним – Стьюдент) предложил методику обработки результатов многократных измерений одной и той же величины. Она основана на введении дискретной функции распределения для случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения в предположении, что систематические погрешности отсутствуют.

Случайная погрешность прямо измеряемой величины рассчитывается по формуле Стьюдента:

$$\Delta x_{\text{сл}} = t_{p,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}, \quad (9)$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от числа измерений n и доверительной вероятности P ; x_i – i -е значение измеренной величины; \bar{x} – среднее арифметическое значение, рассчитанное по формуле (7).

Значения коэффициента Стьюдента рассчитаны теоретически и сведены в таблицы (см. приложение). Для $P = 0,95$: при $n = 3$, $t_{p,n} = 4,303$; при $n = 5$, $t_{p,n} = 2,776$; при $n = 10$, $t_{p,n} = 2,262$. При работе в учебной лаборатории обычно будем проводить не менее пяти измерений.

В случае многократных измерений некоторой величины x каждое отдельное измерение можно рассматривать как однократное. Поэтому при оценке погрешности необходимо учитывать как случайные ошибки многократных, так и ошибки однократных (подчиняющихся равномерному распределению) измерений. Факторы, способствующие формированию погрешностей того и другого типа, действуют независимо друг от друга. Поэтому для определения суммарной ошибки результата используют закон сложения независимых величин (ошибок), который доказывается в теории вероятностей.

Этот закон справедлив и для сложения доверительных интервалов. Поэтому доверительный интервал Δx (*абсолютная предельная погрешность*) измеряемой в серии опытов величины x запишется следующим образом:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{пр}}^2 + \Delta x_{\text{сл}}^2}, \quad (10)$$

где $\Delta x_{\text{сл}}$ – доверительный интервал, соответствующий случайной ошибке многократных измерений, $\Delta x_{\text{пр}}$ – доверительный интервал, соответствующий ошибке однократных измерений.

В случае, если $\Delta x_{\text{сл}}^2 \gg \Delta x_{\text{пр}}^2$, то погрешностью однократных измерений можно пренебречь. Однако это говорит и о том, что эксперимент проведен некачественно. Необходимо увеличить число измерений, чтобы уменьшить случайную погрешность.

Значение прямо измеренной величины записывается в виде

$$x = \bar{x} \pm \Delta x. \quad (11)$$

3.2. Вычисление погрешностей косвенных измерений

Погрешность косвенно измеряемой величины определяется погрешностями прямо измеряемых величин, а также погрешностями табличных данных и других постоянных, входящих в расчетную формулу.

Пусть косвенно измеряемая величина y есть функция прямо измеренных величин $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$:

$$y = y(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (12)$$

Для вычисления **абсолютной** погрешности косвенного измерения необходимо вывести расчетную формулу по следующему правилу:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \dots}, \quad (13)$$

где $\frac{\partial y}{\partial x_1}, \frac{\partial y}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial y}{\partial x_n}$ – частные производные функции (12) по соответствующим аргументам x_1, x_2, \dots, x_n ; $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ – абсолютные погрешности прямо измеренных величин x_1, x_2, \dots, x_n . Значения производных, входящих в формулу погрешности (13), вычисляются при средних значениях $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$.

Для вычисления **относительной** погрешности косвенного измерения необходимо вывести расчетную формулу по правилу

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \left(\frac{\Delta x_1}{y}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \left(\frac{\Delta x_2}{y}\right)^2 + \dots}. \quad (14)$$

Пример 1. Пусть значение некоторой косвенно измеряемой величины рассчитывается по формуле $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots$, где a_1, a_2, \dots – числовые постоянные коэффициенты. В этом случае удобно определить сразу абсолютную погрешность. Применяя правило (13) к расчетной формуле, получим формулу для вычисления абсолютной погрешности:

$$\Delta y = \sqrt{a_1^2 (\Delta x_1)^2 + a_2^2 (\Delta x_2)^2 + \dots}. \quad (15)$$

Пример 2. Пусть $y = x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} \cdot \dots$, где a_1, a_2, \dots – численные постоянные коэффициенты. В этом случае вначале удобно рассчитать относительную погрешность косвенно измеренной величины, а затем – абсолютную. Применяя правило (14) к расчетной формуле, получаем формулу для вычисления относительной погрешности:

$$\delta_y = \frac{\Delta y}{\bar{y}} = \sqrt{a_1^2 (\delta_{x_1})^2 + a_2^2 (\delta_{x_2})^2 + \dots}, \quad (16)$$

где Δy – абсолютная погрешность косвенно измеренной величины, \bar{y} – значение косвенно измеренной величины, рассчитанной по средним значениям прямо измеренных величин; $\delta_{x_1}, \delta_{x_2}, \dots$ – относительные погрешности прямо измеренных величин. Зная относительную погрешность и среднее значение измеряемой величины, определим абсолютную погрешность

$$\Delta y = \bar{y} \delta_y. \quad (17)$$

Погрешность Δy и среднее значение \bar{y} округляются по правилам округления, изложенным ниже, и окончательный результат представляется в стандартной форме в виде

$$y = \bar{y} \pm \Delta y. \quad (18)$$

4. Погрешность трансцендентных, иррациональных чисел, физических постоянных, табличных данных и данных экспериментальных установок

Трансцендентные, иррациональные числа, физические постоянные считают точными величинами. В этом случае значение данной величины подставляется в расчетную формулу с числом значащих цифр на единицу больше, чем число значащих цифр в результатах прямых измерений. При этом погрешность округления окажется на порядок меньше погрешности прямого измерения.

Пример 3. Для определения площади круга был измерен его радиус. Результат прямого измерения $r = (1,27 \pm 0,03)$ м. Число значащих цифр результата измерения равно трем. В этом случае для расчета площади $S = \pi r^2$ необходимо подставить $\pi = 3,142$ (число значащих цифр – четыре). При этом погрешность округления числа π на порядок меньше Δr . В этом случае число π можно считать точным, и его погрешностью в расчетной формуле можно пренебречь.

Многие табличные данные, используемые в расчетах, представлены с большой точностью. В этом случае при выборе числа значащих цифр для подстановки в расчетную формулу руководствуются предыдущим правилом.

Если же табличные данные определены с точностью, сопоставимой с результатами прямых измерений, то такие данные считаются приближенными. В этом случае погрешность табличной величины принимается равной *половине единицы последнего разряда*, приведенного в таблице числа. По этому же правилу выбирается погрешность данных, приведенных на экспериментальной установке.

Пример 4. На установке по определению силы взаимодействия двух шаров даны массы шаров: $m_1 = m_2 = 242,3$ г. В этом случае погрешность Δm равна половине от одной десятой, т.е. $\Delta m = \pm 0,05$ г. Масса перегрузка на лабораторной установке «Машина Атвуда» задана $m = 0,120$ г. В этом случае погрешность равна половине одной тысячной, т.е. $\Delta m = \pm 0,0005$ г.

5. Правила записи и округления результата измерений

Результат измерений записывается в *стандартном виде*, который должен включать указание погрешности, единиц измерения и доверительной вероятности и записывается в виде

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \quad [\text{ед. изм.}], \quad P = 0,95,$$

где \bar{x} – среднее значение измеряемой величины; Δx – абсолютная погрешность измеряемой величины; P – доверительная вероятность. Например:

$$t = (331 \pm 5) \text{ мс}, P = 0,95.$$

Эта запись означает, что истинное значение измеряемой величины с вероятностью 0,95 находится в интервале

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x .$$

При записи результата эксперимента абсолютную погрешность и числовое значение результата предварительно округляют.

При округлении необходимо воспользоваться следующими *правилами округления*:

1. *Вначале округляют абсолютную погрешность.* Абсолютная погрешность Δx округляется до одной или двух значащих цифр.

2. Погрешность округляется до *двух цифр, если первой цифрой погрешности являются 1 или 2* (например, $\pm 0,1243 \approx \pm 0,12$; $0,2015 \approx \pm 0,20$; $1,758 \approx \pm 1,8$; $25,6 \approx \pm 26$).

3. Во всех остальных случаях погрешность округляется до одной значащей цифры (например, $3,14 \approx \pm 3$; $0,435 \approx \pm 0,4$; $0,076 \approx \pm 0,08$; $512 \approx \pm 500$). Поясним это правило. Само числовое значение погрешности определяется не точно, а с некоторой погрешностью, поэтому нет смысла учитывать все цифры, полученные при ее вычислении. Однако нельзя допускать и слишком грубого округления. Принятые правила округления погрешности изменяют ее значение не более, чем на 20–30%.

4. Числовое значение результата измерения \bar{x} должно быть округлено (или уточнено) таким образом, чтобы оно оканчивалось цифрой того же порядка, что и числовое значение погрешности.

Пример 5. При измерении времени падения шарика с некоторой высоты в результате пяти измерений получили среднее значение $\bar{t} = 331,22$ мс. Расчет погрешности дал значение $\Delta t = 4,6812$ мс. Согласно приведенному выше правилу, в качестве погрешности измерения принимаем $\Delta t = 5$ мс, а среднее значение округляем до единиц $\bar{t} = 331$ мс. Окончательный результат запишем в виде

$$t = (331 \pm 5) \text{ мс.}$$

Если бы расчет погрешности дал значение $\Delta t = 1,2842$ мс, то погрешность необходимо было бы округлить до двух значащих цифр, т.е. $\Delta t = 1,3$ мс, а среднее значение – до десятых. Тогда окончательный результат имел бы вид

$$t = (331,2 \pm 1,3) \text{ мс.}$$

6. Графическое изображение и обработка результатов

Если исследуется функциональная зависимость одной величины от другой, то результаты могут быть представлены в виде графиков. Посмотрев на график, можно сразу оценить вид полученной зависимости, получить о ней качественное представление и отметить наличие максимумов, минимумов, точек перегиба, областей наибольшей и наименьшей скоростей изменения, периодичности и т.п. График позволяет также судить о соответствии экспериментальных данных рассматриваемой теоретической зависимости и облегчает обработку измерений.

При вычерчивании графиков соблюдают следующие правила:

1. Графики выполняются преимущественно на миллиметровой бумаге или бумаге со специальными координатными сетками.
2. В качестве осей координат следует применять прямоугольную систему координат (это облегчает использование построенного графика). Общепринято по оси абсцисс откладывать ту величину, изменения

которой являются причиной изменения другой (т.е. по оси абсцисс – аргумент, по оси ординат – функцию). Оси координат следует заканчивать стрелками.

3. Масштаб графика определяется интервалом изменения величин, отложенных по осям; погрешность на графике представляется в выбранном масштабе отрезком достаточной длины. Принятая шкала будет легко читаться, если одна клетка масштабной сетки будет соответствовать удобному числу: 1; 2; 5; 10 и т. д. (но не 3; 7; 1,13 и т. д.), которое представляет собой единицу отображаемой на графике величины.

4. Масштабы по обеим осям выбираются независимо друг от друга. Следует помнить, что график получается более наглядным, если основная часть кривой имеет наклон, не слишком отличающийся от 45° . В этом случае наиболее удобно анализировать форму кривой. Кривые должны занимать практически всё поле графика (т. е. должно быть соответствие между протяжённостью кривой и размером графика).

5. При исследовании резонансных явлений следует иметь в виду, что в тех областях, где ход кривой монотонный, можно ограничиться небольшим числом измерений (несколькими точками кривой на графике). В областях максимумов, минимумов и точек перегибов следует производить измерения значительно чаще, что увеличит точность построения графика. Если при выборе масштабов для обеих осей на основе интервалов изменения график получается слишком растянутым в каком-либо направлении, то в этом случае следует несколько увеличить масштаб по оси, для которой точность измерений меньше, а затем выбрать масштаб для второй оси так, чтобы график имел удобную форму.

6. Масштаб наносится на осях графика вне его поля в виде равноотстоящих «круглых» чисел, например: 6; 8; 10 и т. д. или 4,74; 4,76; 4,78 и т. д. Не следует расставлять эти числа слишком густо – достаточно нанести их через 2 или даже через 5 см. Около оси координат необходимо написать название величины, которая отложена по данной оси, её обозначение и единицу измерения. При этом множитель, определяющий порядок величины, включается обычно в единицы измерения, например: F , кН, или $F \cdot 10^{-3}$, Н, или F , 10^3 Н. Если началом отсчёта является нуль, его следует указывать у точки пересечения осей.

7. На графике приводится только та область изменения измеренных величин, которая была исследована на опыте; не нужно стремиться к тому, чтобы на графике обязательно поместилось начало координат.

Начало обозначают на графике только в том случае, когда это не требует большого увеличения его размеров.

8. Точки должны наноситься на график тщательно и аккуратно, чтобы график получился возможно более точным. На график наносят все полученные в измерениях значения. Если одна точка измерялась несколько раз, то можно нанести среднее арифметическое значение и указать разброс. Если на один и тот же график наносятся различные группы данных (результаты измерения разных величин или одной величины, но полученные в разных условиях и т. п.), то точки, относящиеся к разным группам, должны быть помечены различными символами (кружочки, треугольники, звёздочки и т. п.). Выносные линии на графике не проводятся, надо научиться наносить точки на график без их помощи. Выносная линия может в виде исключения быть нанесена, если какую-либо точку хотят особо выделить на графике (например, положение максимума).

9. Поле погрешности по осям X и Y определяется по отклонению экспериментальных точек от аппроксимационной кривой (рис. 2).

Погрешность измерения (доверительный интервал) изображают на графике с помощью вертикальных (\updownarrow) и горизонтальных ($\leftarrow\rightarrow$) отрезков, симметрично расположенных относительно соответствующих экспериментальных точек. Нет необходимости указывать погрешность для каждой точки, но если погрешность изменяется вдоль кривой, следует показать это на нескольких точках.

10. Как правило, физические зависимости – это гладкие, плавные линии без резких изломов. Экспериментальные точки вследствие ошибок измерений не ложатся на кривую физической зависимости, а группируются вокруг неё случайным образом. Поэтому не следует соединять соседние экспериментальные точки на графике отрезками прямой и получать, таким образом, некоторую ломаную линию. Излом на кривой можно рисовать только в том случае, если он не может быть объяснён погрешностью измерений и если при этом на его существование указывает отсутствие систематических ошибок (изломы часто появляются, например, когда сначала работают на одной шкале прибора, а затем переходят на другую). Во всех случаях кривая должна быть проведена так, чтобы она не закрывала экспериментальных точек. Помните, что результат эксперимента – это точки, а кривая – это только толкование вашего результата.

11. Прямую линию на графике проводят карандашом с помощью линейки. Кривую проводят по экспериментальным точкам от руки. Для последующей обводки кривой следует использовать лекало.

12. При построении графика нужно стремиться к тому, чтобы он наиболее чётко отражал все особенности представляемой зависимости.

13. Пусть, например, исследуется зависимость типа $y = x$ (например, при проверке градуировки прибора y – измеряемое значение величины, x – показание прибора). Для иллюстрации этой зависимости вполне удобен график в координатах x, y . Для определения отклонений от неё полезнее график зависимости $(y - x)$ от x или y (в частности, так строятся графики поправок к показаниям приборов).

14. Если функция изменяется на несколько порядков при малых изменениях аргумента, то удобно применять системы координат с полулогарифмическим или логарифмическим масштабом. Полулогарифмическая система координат – это прямоугольная система координат, по одной оси которой отложен равномерный масштаб, а по второй – логарифмический (пропорциональный логарифму натуральных чисел). Полулогарифмический масштаб удобен для изображения зависимости типа $y = ae^{kx}$. Логарифмируя зависимость, получим $\ln(y) = \ln(a) \pm kx$. Если наносить величину x по оси равномерной шкалы, а величину y – по оси логарифмической шкалы, то получится прямая линия.

15. Логарифмическая система координат – это прямоугольная система координат, на обеих осях которой отложены логарифмические масштабы. Логарифмические координаты очень удобны для изображения зависимости вида $x^n y^m = \text{const}$. Логарифмируя приводимую зависимость, получим

$$n \lg(x) + m \lg(y) = \lg(C).$$

В логарифмической системе координат такая зависимость будет иметь вид прямой линии.

16. При использовании функциональных масштабов на ось следует наносить двойную шкалу: одну, равномерную, – для откладываемой по оси функции (например, $\lg x$), а другую, неравномерную, – для самой исследуемой величины x . В тех случаях, когда аргументом являются угловые величины, удобнее применять не прямоугольную систему координат, а полярную. График должен быть наглядным и приемлемым с эстетической точки зрения (разные цвета для экспериментальных точек, кривых, осей координат и т.д.). Построенный график снабжается подписью, в которой даётся точное описание того, что показывает график. Различные группы точек или различные кривые на графике также должны быть обозначены и объяснены в подписи к графику.

17. Часто графики строятся с целью нахождения различных физических величин. Проще всего это сделать, если искомая физическая величина является коэффициентом пропорциональности в линейной функции. Например, удельная теплоемкость определяется через численное значение углового коэффициента графика зависимости выделяемой тепловой мощности от разности температур. Для этого необходимо нанести на график точки, соответствующие измеренным или рассчитанным значениям (рис. 2). Провести оптимальную прямую через эти точки. Ограничить полосу, в которой находятся точки, прямыми, параллельными оптимальной линии и проходящими через наиболее удаленные от оптимальной прямой точки (на рис. 2 – пунктирные линии).

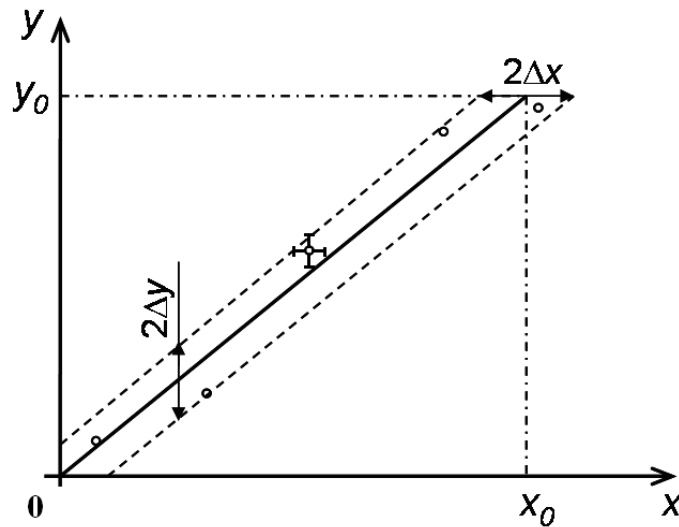


Рис. 2. Пример построения аппроксимирующей зависимости

Необходимо обратить внимание на то, что оптимальная прямая должна делить полосу пополам. Угловой коэффициент оптимальной прямой можно определить по формуле

$$k = \frac{y_0}{x_0}.$$

Значения x_0 и y_0 должны быть записаны в СИ. Относительную погрешность определения углового коэффициента k можно рассчитать по формуле:

$$\delta k = \sqrt{\left(\frac{\Delta y}{y_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x_0}\right)^2}.$$

Абсолютные погрешности Δy и Δx определяются из графика (рис. 2).

Контрольные вопросы и задания

1. Какие измерения называются прямыми?
2. Как определяется погрешность данных экспериментальной установки и табличных данных?
3. Что такое относительная погрешность?
4. Как рассчитывается погрешность прямых многократных измерений?
5. Что такое косвенные измерения?
6. Как рассчитывается погрешность косвенных измерений?
7. Когда можно пренебречь погрешностью какой-либо величины при расчете погрешности косвенных измерений?
8. Сформулируйте правила округления результата измерения.
9. Сформулируйте основные правила при вычерчивании графиков.

Литература

1. Варава, А.Н. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Погрешности измерения физических величин: практикум / А.Н. Варава, А.В. Захаренков, В.В. Манухин и др. – М.: Издательство МЭИ, 2018.
2. Зайдель, А.Н. Элементарные оценки ошибок измерений / А.Н. Зайдель. – М.: Наука, 1967.

Вводная лабораторная работа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы – ознакомление с методами измерения физических величин в учебной лаборатории «Механика и молекулярная физика», ознакомление с видами погрешностей измерения физических величин и способами их расчета, приобретение навыков подготовки протокола лабораторной работы и его оформления, экспериментальное определение ускорения свободного падения на широте Москвы методом математического маятника с последующей обработкой результатов измерений.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Колебательное движение твердого тела, в том числе и математического маятника, достаточно подробно будет рассмотрено в разделе «Механика» курс общей физики. Здесь же ограничимся расчетным соотношением для определения ускорения свободного падения g методом математического маятника, предложенного Г. Галилеем.

Математический маятник (рис. 1) представляет собой точечную массу m , подвешенную на невесомой нерастяжимой нити к неподвижной точке. Если отклонить маятник от положения равновесия на малый угол $\alpha = (3\div 6)^\circ$ и отпустить, то под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити \vec{T} маятник придет в состояние колебательного движения относительно положения равновесия, подчиняющееся закону косинуса (гармонические колебания):

$$x(t) = x_0 \cos \omega t, \quad (1)$$

где $x(t)$ – положение маятника (материальной точки) на оси x в некоторый момент времени t ; x_0 – амплитуда колебаний (максимальное смещение маятника от положения равновесия); ω – циклическая частота колебаний.

В теории колебательного движения показано, что циклическая частота колебаний ω связана с длиной маятника l и ускорением свободного падения g соотношением

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (2)$$

В свою очередь период колебаний T (время, за которое маятник совершает одно полное колебание) определяется выражением

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3)$$

Тогда, подставив (2) в (3), получаем:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (4)$$

Таким образом, зная период колебаний математического маятника, можем рассчитать ускорение свободного падения по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (5)$$

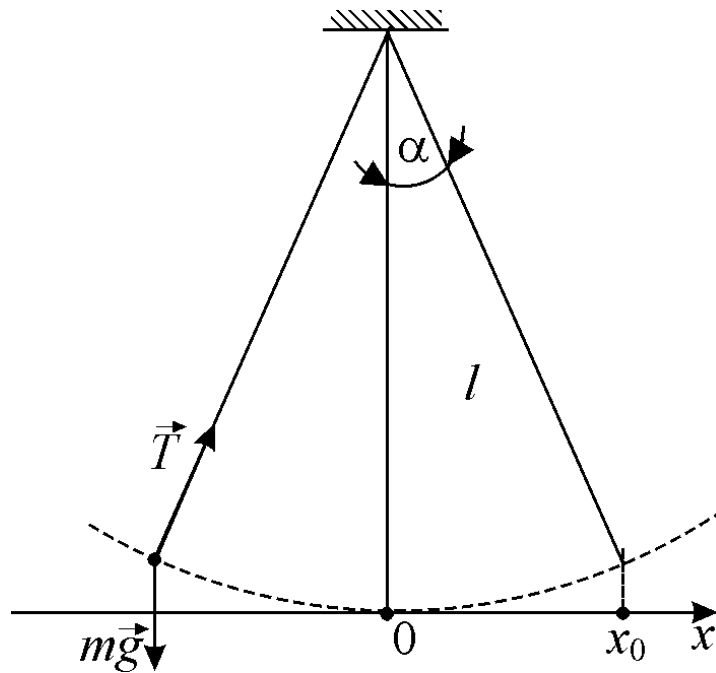


Рис. 1. Схема математического маятника

2. Описание схемы экспериментальной установки

Используемый в лабораторной работе маятник (рис. 2) представляет собой массивный шарик 1, подвешенный на тонкой длинной нити 2 в точке А узла 3, расположенного на стойке 4, жестко закрепленной на массивном основании 5. Если длина нити подвеса l_n намного больше диаметра шарика d , то такой маятник по характеристикам движения близок к математическому. При малых амплитудах колебаний период колебаний такого маятника близок к периоду колебаний математического маятника (4), при этом под длиной маятника l следует понимать расстояние от точки подвеса до центра масс шарика 1.

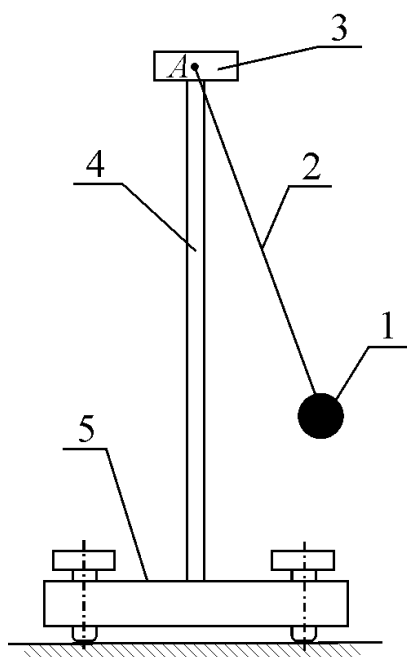


Рис. 2. Схема установки

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов.
2. С помощью штангенциркуля проведите измерения диаметра d шарика. Результат занесите в табл. 2.
3. Используя линейку с миллиметровой шкалой проведите измерения длины нити подвеса l_n . Результат занесите в табл. 2.
4. Отклоните шарик с нитью от положения равновесия на малый угол $\alpha = (3 \div 10)^\circ$ и отпустите без толчков. Маятник начнет совершать колебания относительно положения равновесия.
5. С помощью секундомера проведите измерения времени τ десяти периодов колебаний ($N = 10$). Результат занесите в табл. 3.
6. Пункты 4–5 повторите еще четыре раза. Результаты измерений десяти полных колебаний занесите в табл. 3.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

№ п/п	Наименование прибора	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
1	Линейка			
2	Штангенциркуль			
3	Секундомер			

Таблица 2

Результаты измерений линейных размеров

Диаметр шарика d , мм	Длина нити l_n , мм	Длина маятника l , мм

Таблица 3

**Результаты измерений времени
 τ десяти полных колебаний маятника**

№ п/п	τ_i , с	$ \tau_i - \bar{\tau} $, с	$ \tau_i - \bar{\tau} ^2$, с ²
1			
2			
3			
4			
5			
$\bar{\tau}$ среднее			

4. Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 2 рассчитайте эффективную длину маятника равную расстоянию от точки подвеса до центра масс шарика $l = l_n + \frac{d}{2}$.

Результат расчета занесите в табл. 2.

2. По данным табл. 3 рассчитайте среднее значение $\bar{\tau}$ времени $N = 10$ полных колебаний маятника.

3. Рассчитайте период колебаний маятника по формуле $T = \frac{\tau}{10}$.

4. По формуле (5) рассчитайте ускорения свободного падения g .

5. Рассчитайте случайную погрешность измерения времени $N = 10$ полных колебаний маятника по формуле:

$$\Delta\tau_{сл} = t_{p,n} \sqrt{\frac{\sum(\tau_i - \bar{\tau})^2}{n(n-1)}},$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента, n – полное число измерений ($n = 5$).

6. В качестве приборной погрешности измерения времени $\Delta\tau_{пр}$ выберите предельно допустимую инструментальную погрешность. Для стрелочного секундомера с ценой деления 0,2 с, стрелка которого перемещается скачком $\Delta\tau_{пр} = 0,2$ с.

7. Рассчитайте полную абсолютную погрешность измерения времени

$$\Delta\tau = \sqrt{\Delta\tau_{\text{пр}}^2 + \Delta\tau_{\text{сл}}^2}.$$

8. Запишите результат прямо измеренной величины τ в стандартной форме в соответствии с правилами округления

$$\tau = \bar{\tau} \pm \Delta\tau.$$

9. Рассчитайте относительную погрешность косвенного измерения g по формуле:

$$\delta_g = \sqrt{(\delta l)^2 + 4(\delta\tau)^2 + 4(\delta\pi)^2}.$$

10. Исходя из определения относительной погрешности, рассчитайте абсолютную погрешность косвенного измерения ускорения свободного падения g .

11. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение понятию «математический маятник».
2. Как в работе определяется циклическая частота колебаний математического маятника?
3. Что называется относительной погрешностью измерений?
4. Как рассчитывается погрешность прямых многократных измерений?
5. Что называется косвенными измерениями?
6. Как рассчитывается погрешность косвенных измерений?
7. Когда можно пренебречь погрешностью какой-либо величины при расчете погрешности косвенных измерений?
8. Выведите формулу для косвенных измерений ускорения свободного падения.
9. Почему ускорение свободного падения различно на разных широтах?

Литература

1. Варава, А.Н. Молекулярная физика и термодинамика. Погрешности измерения физических величин: практикум / А.Н. Варава, А.В. Захаренков, В.В. Манухин и др. – М.: Издательство МЭИ, 2018.
2. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 65–72.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельева. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 181–185.

Лабораторная работа № 1

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы – определение ускорения движения грузов.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Машина Атвуда представляет собой систему, состоящую из неподвижного блока в виде легкого диска, вращающегося относительно горизонтальной оси, двух грузов одинаковой массой m , связанных между собой нитью, переброшенной через блок и перегрузка массой m_0 .

Зададимся самыми простыми модельными предположениями и теоретически опишем движение системы связанных тел. Будем предполагать следующее:

- 1) нить и блок имеют пренебрежимо малые массы;
- 2) нить нерастяжима;
- 3) трение в оси блока отсутствует;
- 4) сопротивление воздуха отсутствует.

Далее рассмотрим движение каждого из тел системы в отдельности. Для этого условно разорвем связи между телами и заменим действие связей силами так, как показано на рис. 1.

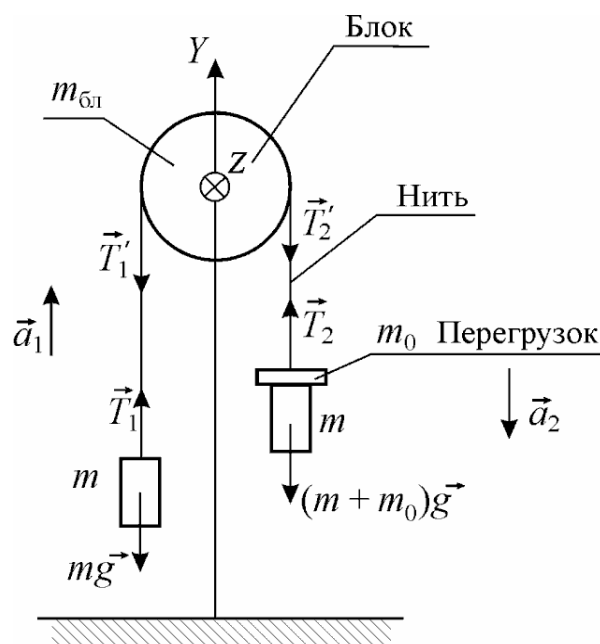


Рис. 1. Схема машины Атвуда

Опишем движение тел вторым законом Ньютона

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (1)$$

где m – масса тела; \vec{a} – его ускорение; $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – геометрическая сумма всех сил, действующих на тело.

В проекции на ось Y (рис.1) для левого и правого тел соответственно уравнение (1) имеет вид

$$ma_1 = T_1 - mg \quad (2)$$

и

$$-(m + m_0)a_2 = T_2 - (m + m_0)g. \quad (3)$$

Систему уравнений (2) и (3) нужно дополнить следующими уравнениями:

- уравнением кинематической связи: $a_1 = a_2$, которое вытекает из нерастяжимости нити;

- уравнением, связывающим силы натяжения нити по разные стороны блока: $T'_1 = T'_2$, которое следует из невесомости блока и отсутствия трения в его оси;

- уравнением, связывающим силы натяжения нити на концах нити: $T'_1 = T_1$, которое следует из невесомости нити и отсутствия силы сопротивления воздуха.

Окончательно, для определения теоретического значения ускорения грузов в рамках самой простой модели, получим следующее выражение:

$$a_{\text{т}} = \frac{m_0 g}{2m + m_0}. \quad (4)$$

Очевидно, что блок в машине Атвуда имеет массу, отличную от нуля, и для того, чтобы он начал вращаться, должно выполняться соотношение $T'_1 < T'_2$. Далее мы откажемся от предположения о невесомости блока и отсутствии трения в подшипнике и посмотрим, каким образом это скажется на расчетном соотношении для $a_{\text{теор}}$.

Учет массы блока $m_{\text{бл}}$ и момента сил трения в подшипниках блока $M_z(F_{\text{тр}})$ приводит к появлению еще одного уравнения – уравнения динамики вращательного движения для блока

$$I_z \varepsilon_z = \sum_{i=1}^n M_{i(z)}, \quad (5)$$

где I_z – момент инерции блока относительно оси Z , проходящей через центр масс блока (для блока, выполненного в виде сплошного диска,

$$I_z = \frac{m_{\text{бл}} R^2}{2}, \quad R – \text{ радиус блока); } \varepsilon_z – \text{ угловое ускорение, } \sum_{i=1}^n M_{i(z)} –$$

алгебраическая сумма проекций на ось Z моментов всех сил, действующих на блок. Учитывая, что при отсутствии проскальзывания нити по

блоку $\varepsilon_z = \frac{a}{R}$, окончательно запишем (5) в следующем виде:

$$m_{\text{бл}} R \frac{a}{2} = R(T_2 - T_1) - M_z(F_{\text{тр}}). \quad (6)$$

Слагаемое $M_z(F_{\text{тр}})$ является проекцией на ось Z момента сил трения, действующих в оси блока. Совместное решение уравнений (2), (3) и (6) дает новое, более точное, выражение для ускорения системы грузов:

$$a' = \frac{m_0 g R - M_z(F_{\text{тр}})}{\left(\frac{m_{\text{бл}}}{2} + 2m + m_0\right) R}. \quad (7)$$

Обратим внимание, что в предположении $m_{\text{бл}} = 0$ и $M_z(F_{\text{тр}}) = 0$ формула (7) переходит в (4). Как видно из полученных соотношений, учет массы блока и сил трения в оси блока приводит к уменьшению ускорения. Таким образом, выражение (4) будет приводить нас к завышенному значению ускорения грузов.

Для определения ускорения грузов в машине Атвуда воспользуемся кинематическим уравнением равноускоренного движения. Для груза с перегрузком в проекции на ось Y запишем:

$$y = y_0 - v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Обозначив начальную координату груза с перегрузком $y_0 = h$, а также предполагая, что $v_0 = 0$, запишем следующее выражение:

$$h = \frac{a\tau^2}{2}.$$

Для расчета «экспериментального» значения ускорения необходимо знать высоту h , с которой опускается правый груз с перегрузком, или

высоту, на которую поднимается левый груз (эти две высоты одинаковы), а также время τ прохождения грузами расстояния h . Зная эти величины, получаем

$$a = \frac{2h}{\tau^2}. \quad (8)$$

2. Описание схемы экспериментальной установки

Установка (рис. 2) представляет собой массивное основание 1 с регулировочными винтами 2, на котором жестко крепится стойка 3. В верхней части стойки на специальном кронштейне закреплен легкий блок 4. Подвижные грузы 5 закрепляются на концах нити 6, переброшенной через блок 4. Перегрузок 7 обеспечивает движение системы грузов с ускорением. Вдоль стойки 3 закреплена металлическая линейка 8 с миллиметровой шкалой, служащая для измерения координат начального и конечного положения грузов. Конечное положение груза определяется по метке на подвижном кронштейне 9.

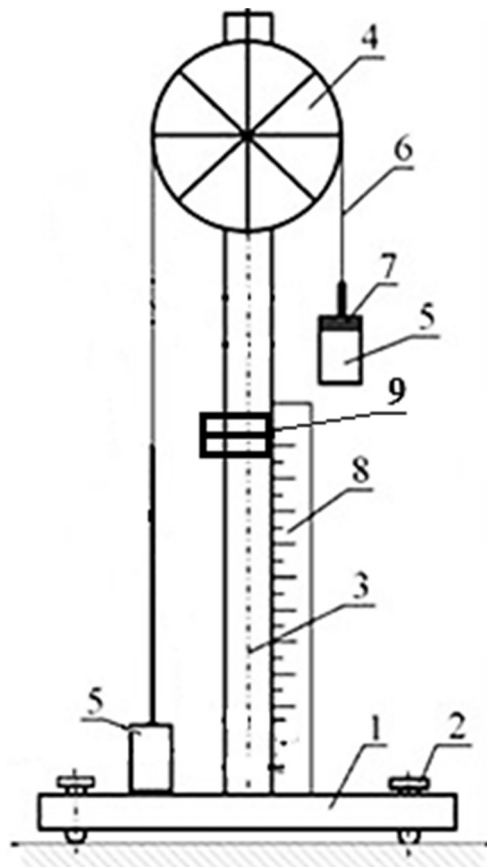


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

3. Порядок выполнения работы

Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов и запишите данные установки. Для проведения опытов необходимы следующие средства измерений:

- секундомер с разрешением не хуже 0,2 с;
- линейка с миллиметровой шкалой.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами. В состав системы входят фотодатчики перемещения и электронный секундомер, позволяющие производить отсчет времени прохождения грузом расстояния h . Описание автоматической системы и порядок ее использования приводятся в инструкции на установке.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Предел допустимой инструментальной погрешности
Линейка			
Секундомер			

Данные установки:

масса грузов	$m =$,	$\Delta m =$;
масса перегрузка	$m_0 =$,	$\Delta m_0 =$;
ускорение свободного падения	$g =$,	$\Delta g =$;
начальное положение груза	$y_0 =$,	$\Delta y_0 =$.

1. Получите у лаборанта перегрузок.
2. Положите перегрузок массой m_0 на правый груз 5. Опустите левый груз в низшую точку и придерживайте его в этом положении.
3. Произведите отсчет начального y_0 положения верхнего торца левого груза 5 по вертикальной линейке 8. Результат измерения запишите в табл. 2.
4. Установите кронштейн 9 с меткой в положение y_1 по шкале линейки. Результат измерения y_1 запишите в табл. 2.

5. Аккуратно отпустите груз 5 (рис. 2) и одновременно включите секундомер. В момент достижения верхним торцом груза 5 отметки y_1 на миллиметровой шкале линейки выключите секундомер. Показание секундомера τ_1 запишите в табл. 2.

Таблица 2

Результаты измерений

№ опыта	$y_0 =$ мм, $y_1 =$ мм	$y_2 =$ мм
	τ_1, c	τ_2, c
1		
2		
3		
4		
5		
$\tau_{\text{сред}}$		

6. Повторите пункты 3–5 еще четыре раза для того, чтобы набрать статистику измерений времени. Результаты измерений запишите в табл. 2.

7. По указанию преподавателя уменьшите или увеличьте расстояние между начальным и конечным положениями верхнего торца груза 5, установив кронштейн 9 с меткой в положение y_2 , и повторите пункты 4–5 настоящего описания.

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте расстояния, на которые перемещаются грузы по формулам: $h_1 = y_1 - y_0$, $h_2 = y_2 - y_0$.

2. Рассчитайте средние значения времени движения грузов $\bar{\tau}_1$ и $\bar{\tau}_2$, результаты внесите в табл. 2.

3. По формуле (8) рассчитайте экспериментальное значение $a_э$ ускорения грузов для двух серий измерений.

4. По формуле (4) рассчитайте теоретическое значение $a_т$ ускорения грузов исходя из теоретических представлений. Сравните значения $a_э$ и $a_т$.

5. Рассчитайте погрешность прямых измерений времени $\bar{\tau}_1$ и $\bar{\tau}_2$.

6. Рассчитайте погрешность косвенного измерения расстояний h_1 и h_2 .

7. Рассчитайте абсолютную погрешность косвенного измерения a_3

по формуле:
$$\Delta a_3 = \bar{a}_3 \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2}.$$

8. Рассчитайте абсолютную погрешность теоретического значения ускорения. Учитывая, что $m \gg m_0$, а $\delta m \approx \delta m_0$, справедливо выражение:

$$\Delta a_\tau = \bar{a}_\tau \frac{2m}{2m + m_0} \cdot \frac{\Delta m_0}{m_0}.$$

9. Запишите результаты для a_τ и a_3 в стандартном виде.

Контрольные вопросы и задания

1. При каком условии ускорения грузов можно считать одинаковыми?
2. При каком условии силы натяжения нити по разные стороны блока можно считать одинаковыми?
3. Почему экспериментальное значение ускорения не может быть равным или оказаться больше теоретического значения?
4. Выведите формулу для расчета a_τ .
5. Выведите формулу для расчета a_3 .
6. Выведите формулы для расчета Δa_τ и Δa_3 .
8. Сформулируйте законы Ньютона. Каковы условия их выполнимости? Запишите уравнения движения обоих грузов.
9. Можно ли применить закон сохранения механической энергии при движении грузов? Сформулируйте условия применимости этого закона.
10. Нарисуйте схему установки, укажите все силы, действующие на каждое тело. Укажите направление угловой скорости и углового ускорения блока. Постройте графики зависимости угловой скорости и углового ускорения блока от времени.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др. под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 22–33.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.49–60, 62–70.

Лабораторная работа № 2

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Цель работы – определение коэффициента трения скольжения, расчет ускорения поступательного движения тела по наклонной плоскости.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

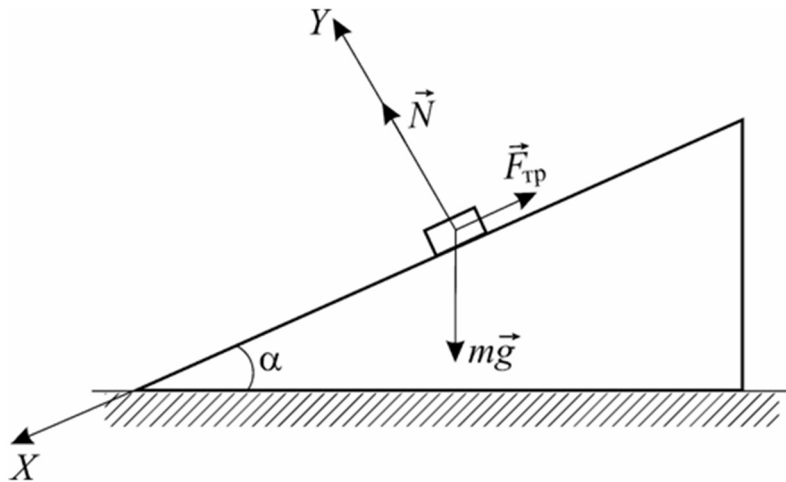
Изучение трения поверхностей твердых тел является чрезвычайно важной задачей: 90% машин выходят из строя вследствие износа деталей, а потери мощности на трение могут достигать 40%.

Трение имеет молекулярно-механическую природу. С одной стороны, на площадках непосредственного контакта действуют силы Ван-дер-Ваальса, которые проявляются на расстояниях, в десятки раз превышающих межатомное расстояние. Это взаимодействие объясняет молекулярную составляющую трения. С другой стороны, при движении тел будет происходить внедрение микронеровностей более твердого тела в поверхность менее твердого. Сопротивление деформированию поверхностного слоя обусловило механическую составляющую трения.

Соотношение для силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N$, где μ – коэффициент трения скольжения; N – нормальная реакция опоры (носит название закона Амонтона). Данный закон справедлив только для определенных нагрузочно-скоростных режимов и сочетаний трущихся материалов. Неожиданным следствием из этого закона является независимость силы трения от формы и размера поверхности номинального контакта тел. Это объясняется тем, что твердые тела контактируют не всей поверхностью, а отдельными пятнами (из-за шероховатости реальных поверхностей). Общая площадь таких пятен очень мала по сравнению с номинальной площадью и растет линейно с увеличением веса тела. В свою очередь, сила трения пропорциональна фактической площади контакта.

Коэффициент трения μ (отношение силы трения к нормальной реакции опоры) может принимать значения в широком диапазоне от примерно 0,001 в легко нагруженных подшипниках качения до нескольких десятков для тщательно очищенных одноименных металлов, контактирующих в вакууме. При трении на воздухе коэффициент трения обычно меняется в пределах от 0,1 до 1.

Коэффициент трения скольжения может быть определен на основе измерения предельного угла наклона плоскости $\alpha_{\text{пред}}$ – минимального угла, при котором брусок начнет скользить по наклонной плоскости. Под действием сил тяжести ($m\vec{g}$), трения ($\vec{F}_{\text{тр}}$) и нормальной реакции опоры (\vec{N}) брусок может находиться в состоянии покоя или скользить по наклонной плоскости (см. рис.1).



**Рис. 1. Брусок на неподвижной наклонной плоскости.
Ускорение бруска $a = 0$**

Если брусок находится в состоянии покоя или скольжения с постоянной скоростью, то

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр.пок}} + \vec{N} = 0, \quad (1)$$

где $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ – сила трения покоя.

В проекции на ось X уравнение (1) принимает вид

$$mg \sin \alpha - F_{\text{тр.пок}} = 0,$$

откуда

$$F_{\text{тр.пок}} = mg \sin \alpha, \quad (2)$$

где α – угол при основании наклонной плоскости.

Если изменять угол α при основании наклонной плоскости, то при некотором максимальном значении угла $\alpha_{\text{пред}}$ брусок начнет скользить. При этом сила трения покоя принимает свое максимальное значение, равное силе трения скольжения

$$F_{\text{тр.пок.мах}} = F_{\text{тр.ск}}.$$

В свою очередь, модуль силы трения скольжения определяется выражением

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu N, \quad (3)$$

где μ – коэффициент трения скольжения, а N – сила нормальной реакции опоры. При скольжении бруска в соответствии с вторым законом Ньютона справедливо уравнение

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр.ск}},$$

которое в проекции на ось Y (рис. 1) представляется соотношением

$$0 = N - mg \cos \alpha.$$

В результате выражение для величины силы трения скольжения принимает вид:

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu mg \cos \alpha. \quad (4)$$

На рисунке 2 представлена зависимость силы трения покоя $F_{\text{тр.пок}}$ и силы трения скольжения $F_{\text{тр.ск}}$ от угла α при основании наклонной плоскости, когда $0 \leq \mu \leq 1$.

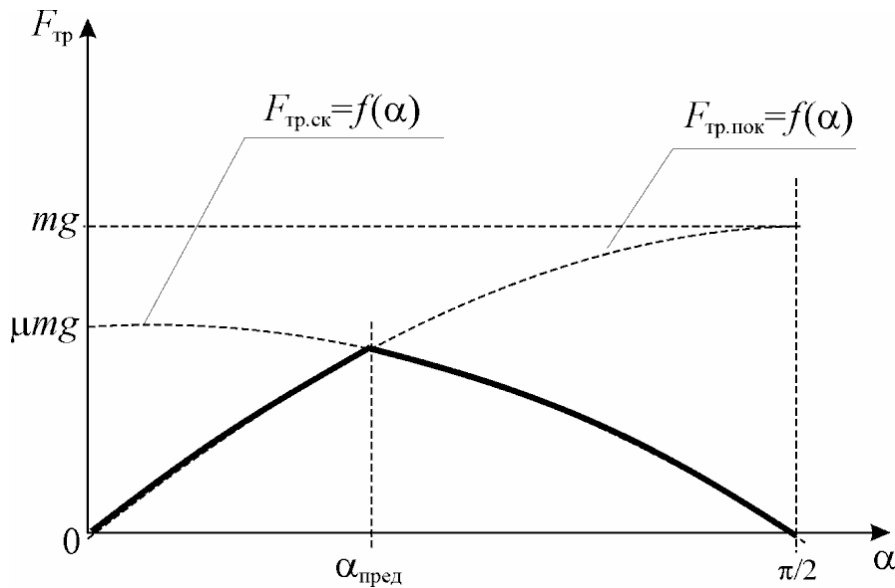


Рис. 2. Зависимости $F_{\text{тр.пок}}$ и $F_{\text{тр.ск}}$ в функции угла α ($0 \leq \mu \leq 1$)

При $0 < \alpha < \alpha_{\text{пред}}$ на брусок действует сила трения покоя, определяемая законом синуса в соответствии с выражением (2). При $\alpha = \alpha_{\text{пред}}$ начинается скольжение бруска. При этом на него начинает действовать сила трения скольжения, определяемая в соответствии с (4) законом косинуса. При $\alpha = \alpha_{\text{пред}}$ силы трения становятся равными:

$$F_{\text{тр.пок.мах}} = F_{\text{тр.ск}}$$

или

$$mg \sin \alpha_{\text{пред}} = \mu mg \cos \alpha_{\text{пред}}.$$

Отсюда получаем связь между углом $\alpha_{\text{пред}}$ и коэффициентом трения скольжения

$$\mu = \text{tg} \alpha_{\text{пред}}, \quad (5)$$

где $\alpha_{\text{пред}}$ – угол наклона плоскости, при котором начинается скольжение бруска.

На рисунке 3 показан брусок 2 малых размеров массой m , движущийся по наклонной плоскости 1 под действием сил тяжести, трения скольжения и силы нормальной реакции опоры.

При определенном соотношении угла при основании наклонной плоскости α и коэффициента трения скольжения μ ($\text{tg} \alpha > \mu$) брусок будет двигаться вниз по наклонной плоскости с ускорением a . Найдем это ускорение, записав второй закон Ньютона применительно к бруску 2.

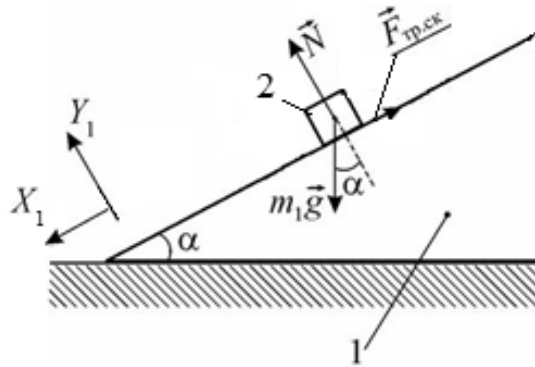


Рис. 3. Система наклонная плоскость – брусок для $\alpha > \alpha_{\text{пред}}$

Для бруска 2 справедливо следующее уравнение:

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N},$$

где \vec{a} – ускорение бруска; $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения скольжения; N – сила нормальной реакции опоры. В проекциях на оси X_1 и Y_1 получаем:

$$m_1 a = m_1 g \sin \alpha - F_{\text{тр}}, \quad (6)$$

$$0 = -m_1 g \cos \alpha + N,$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (7)$$

Ускорение a движения бруска, рассчитанное по соотношению (7) с учетом коэффициента трения, найденного из соотношения (5), может быть рассчитано из кинематических соотношений, подобно тому, как это

делалось в лабораторной работе №1. Ускорение a , бруска определим, измерив, расстояние l , пройденное бруском вдоль наклонной плоскости, и время τ его движения

$$a = \frac{2l}{\tau^2}. \quad (8)$$

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 4. Наклонная плоскость 1 изготовлена из трубы прямоугольного сечения, которая с помощью винтового зажима 3 крепится на вертикальной стойке 4, жестко связанной с массивной опорой 5. Наклонная плоскость 1 может поворачиваться относительно горизонтальной оси и фиксироваться зажимом 3. Угол наклона наклонной плоскости к горизонту определяется по угловой шкале 6, с помощью стрелки 7, закрепленной на стойке 4.

Брусок 2 может перемещаться по наклонной плоскости 1. Регулировочные винты 8 служат для установки опоры 5 в горизонтальном положении. Стопор 9 служит для ограничения движения бруска 2. Для фиксации бруска в верхнем положении используется зажим 10 с пружиной.

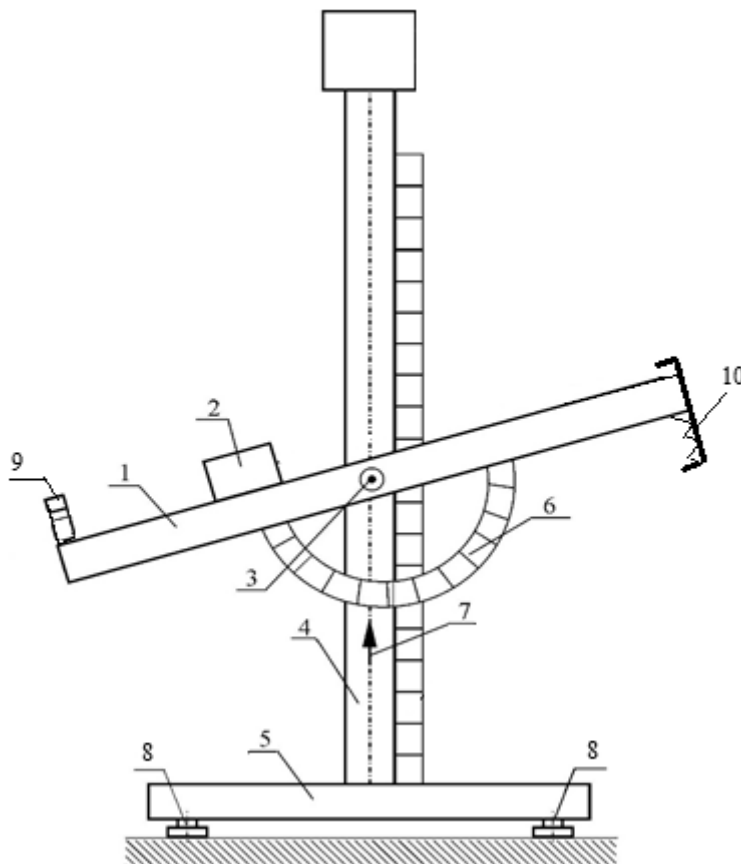


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

3. Порядок выполнения работы

Заполните табл. 1. Запишите данные установки.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Предел допустимой инструментальной погрешности
Секундомер			
Линейка			
Транспортир			

Данные установки:

масса бруска $m_1 =$, $\Delta m_1 =$;
масса перегрузка $m_2 =$, $\Delta m_2 =$;
масса фторопластовой пластины $m_3 =$, $\Delta m_3 =$;
расстояние пройденное бруском (длина наклонной плоскости) $l =$, $\Delta l =$.

Для проведения опытов необходимы следующие средства измерений:

- секундомер с разрешением не хуже 0,2 с;
- линейка с миллиметровой шкалой;
- транспортир.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами. В состав системы входят инфракрасный датчик перемещения и электронный секундомер, позволяющие производить отсчет времени прохождения грузом расстояния l .

Описание автоматической системы и порядок ее использования приводятся в инструкции к установке. Фотография внешнего вида установки, оборудованной автоматической системой запуска и измерения времени движения представлена на рис. 5.

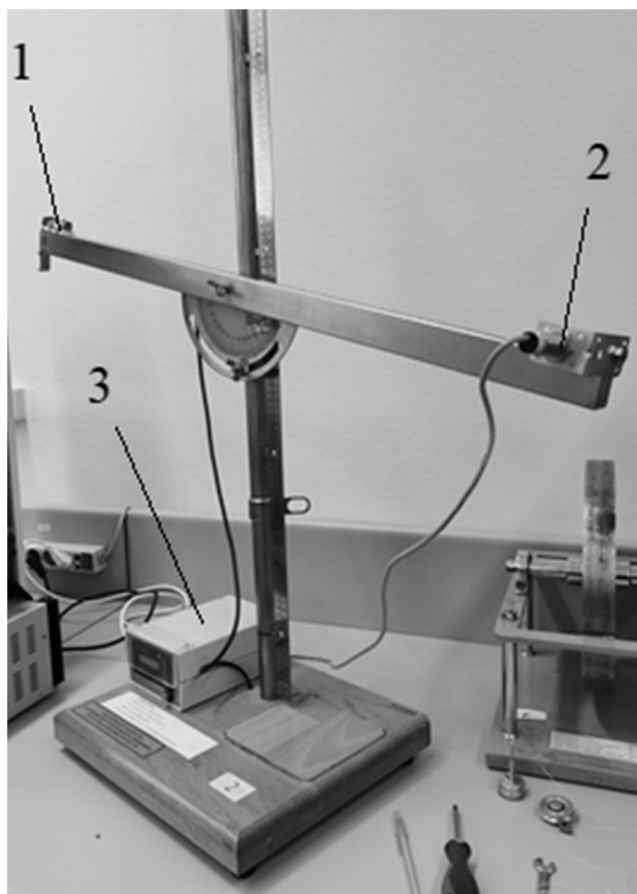


Рис.5. Внешний вид автоматизированной установки «Наклонная плоскость»:
1 – зажим с электрическими контактами; 2 – инфракрасный датчик перемещения;
3 – электронный секундомер

Задание 1. Определить значение коэффициента трения скольжения по углу $\alpha_{\text{пред}}$.

Изменяя угол наклона плоскости к горизонту, фиксируется такое значение $\alpha_{\text{пред}}$, при котором тело начинает скользить по наклонной плоскости. Значение коэффициента трения скольжения рассчитывается по формуле (5).

Порядок выполнения работы по заданию 1

1. Выставьте угол наклона плоскости к горизонту равным 10° .
2. Установите на наклонную плоскость в средней её части брусок массой m_1 .
3. Медленно увеличивая угол при основании наклонной плоскости, определите такое значение угла, при котором брусок массой m_1 начинает соскальзывать с наклонной плоскости. Значение этого предельного угла $\alpha_{1\text{пред}}$ занесите в табл. 2.

Результаты измерений $\alpha_{\text{пред}}$

Масса бруска $m_1 =$		Масса бруска с фторопла- стовой пластиной $M_1 =$		Масса бруска с фторо- пластовой пластиной и перегрузком $M_2 =$	
№ опыта	$\alpha_{1\text{пред}}$	№ опыта	$\alpha_{2\text{пред}}$	№ опыта	$\alpha_{3\text{пред}}$
1		1		1	
2		2		2	
3		3		3	
Среднее		Среднее		Среднее	

4. Верните систему в исходное положение, соответствующее п. 1.

5. Проведите такой же опыт еще не менее двух раз с тем же бруском массой m_1 по нахождению углов $\alpha_{\text{пред}}$ согласно действию, описанному в п. 3. Запишите значения углов.

6. Положите между бруском и наклонной плоскостью тонкую пластину из фторопласта. Повторите пункты 1–4 данной инструкции, результаты запишите в табл. 2.

7. Не вынимая фторопластовую пластину, положите на брусок массой m_1 перегрузок, вычислите суммарную массу M груза и перегрузка, запишите ее в табл. 2.

8. Повторите пункты 1–4 данной инструкции, результаты запишите в табл. 2.

Задание 2. Определить значение ускорения поступательного движения груза по наклонной плоскости

Опыты проводятся в соответствии со схемой, представленной на рис. 4. Измеряется время движения бруска и пройденное им расстояние.

Порядок выполнения работы по заданию 2

1. Установите наклонную плоскость под углом α ($\alpha > \alpha_{\text{пред}}$). Значение угла выберите по согласованию с преподавателем.

2. Поставьте на наклонную плоскость брусок массой m_1 , подложив между ними тонкую пластину из фторопласта.

3. Приведите систему в начальное положение. Для этого переместите брусок массой m_1 в крайнее верхнее положение и закрепите зажимом (рис. 4).

4. При выполнении работы проводится измерение времени τ прохождения бруском фиксированного расстояния l (рис. 4). Расстояние l

определяется по шкале миллиметровой линейки, которая прикладывается вдоль наклонной плоскости между начальным и конечным положениями бруска. Порядок определения расстояния l и соответствующего времени τ изложен в указаниях на установке.

5. Эксперимент по определению времени τ проделайте еще 4 раза. Результаты измерения времени τ запишите в табл. 3.

Таблица 3

Результаты измерений по заданию 2 при угле $\alpha =$

№ опыта	τ , с
1	
2	
3	
4	
5	
$\bar{\tau}$	

4. Обработка результатов измерений

По заданию 1

1. По данным табл.2 рассчитайте средние значения $\alpha_{\text{пред}}$ для бруска, бруска с фторопластовой пластиной и бруска с фторопластовой пластиной и перегрузком.

2. По средним значениям предельного угла наклона плоскости с помощью соотношения (5) рассчитайте значения коэффициентов трения скольжения μ_1, μ_2, μ_3 . Сравните полученные результаты.

3. Проведите статистическую обработку данных, вычислив погрешность $\alpha_{\text{пред}}$:

$$\Delta\alpha_{\text{пред}} = \sqrt{(\Delta\alpha_{\text{пр}})^2 + (\Delta\alpha_{\text{сл}})^2},$$

где $\Delta\alpha_{\text{пр}}$ – погрешность средств измерения (приборная погрешность), $\Delta\alpha_{\text{сл}}$ – случайная погрешность. Значения погрешностей $\alpha_{\text{пред}}$ выразите в радианах.

4. Рассчитайте абсолютную погрешность косвенного измерения коэффициента трения по формуле:

$$\Delta\mu = \frac{\Delta\alpha_{\text{пред}}}{\cos^2 \alpha_{\text{пред}}},$$

где $\Delta\alpha$ представьте в радианах.

5. Запишите окончательные результаты для коэффициента трения μ_1 (брусок без фторопластовой пластины), коэффициента трения μ_2 (брусок с фторопластовой пластиной) и коэффициента трения μ_3 (брусок с фторопластовой пластиной и перегрузком) в стандартном виде: $\mu_1 = \bar{\mu}_1 \pm \Delta\mu_1$; $\mu_2 = \bar{\mu}_2 \pm \Delta\mu_2$ и $\mu_3 = \bar{\mu}_3 \pm \Delta\mu_3$

По заданию 2

1. По среднему значению времени движения груза $\bar{\tau}$ и расстоянию l рассчитайте экспериментальное значение ускорения бруска по формуле (7).

2. Рассчитайте значение ускорения бруска по формуле (8). Сравните полученное значение ускорения со значением, определенным в п. 1.

3. Проведите статистическую обработку результатов прямых измерений. Вычислите погрешность измерения времени движения бруска τ .

4. Определите абсолютную погрешность косвенного измерения ускорения бруска по формуле:

$$\Delta a_3 = \bar{a}_3 \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2}.$$

Окончательный ответ запишите в стандартном виде: $a_3 = \bar{a}_3 \pm \Delta a_3$.

5. Рассчитайте значение абсолютной погрешности ускорения по формуле:

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial \alpha} \Delta \alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \mu} \Delta \mu\right)^2},$$

значение $\Delta \mu$ возьмите из результатов задания 1.

6. Запишите окончательный результат измерения ускорений в стандартном виде: $a_3 = \bar{a}_3 \pm \Delta a_3$ и $a = \bar{a} \pm \Delta a$.

7. Сравните значения ускорения грузов, вычисленные по формулам (7) и (8).

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение силы трения покоя и силы трения скольжения. Как определяются величины этих сил?

2. Постройте график зависимости силы трения, действующей на груз, от угла при основании наклонной плоскости и объясните его.

3. Выведите расчетное соотношение для коэффициента трения скольжения (по заданию 1).

4. При каких допущениях проводится вывод теоретического соотношения для ускорения из опытов по скольжению бруска?

5. Выведите формулу для расчета абсолютной погрешности измерения коэффициента трения скольжения (по заданию 1).

6. Выведите формулу для расчета теоретического значения ускорения движения бруска (угол наклона плоскости и коэффициент трения считайте заданными).

7. Сформулируйте законы Ньютона. При каких условиях они выполняются?

8. По результатам измерений вычислите работу силы трения при движении бруска по наклонной плоскости.

9. Выведите выражение для расчета абсолютной погрешности косвенного измерения ускорения бруска (по заданию 2).

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 22–33.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань». 2006. С.49–60, 62–70.

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА ПРИ ЗАБИВКЕ СВАИ НА МОДЕЛИ КОПРА

Цель работы – определение средней силы сопротивления грунта при забивке сваи на модельной установке.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Копер – строительная машина, которая предназначена для забивания свай в грунт. Груз 1 (рис. 1) и свая 2 удерживаются в вертикальном положении с помощью направляющей колонны 3. Груз поднимают на некоторую высоту H и затем отпускают. После абсолютно неупругого удара груза о сваю происходит их совместное перемещение, при этом свая погружается в грунт. Для каждого удара величина погружения зависит от высоты, с которой начинает падать груз, соотношения масс сваи и груза, средней силы сопротивления грунта.

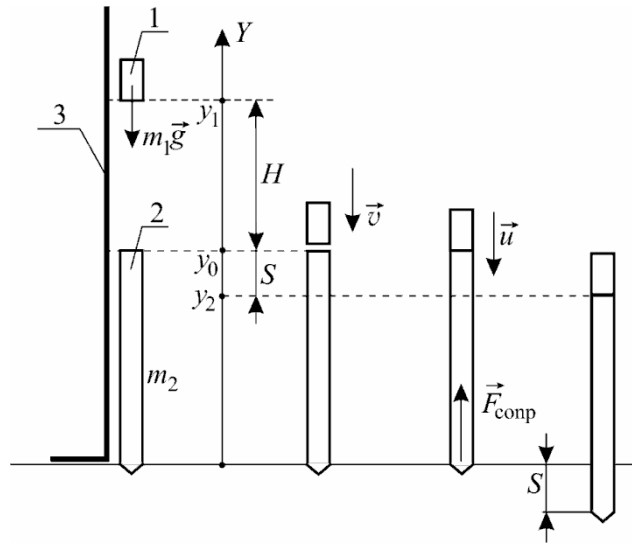


Рис. 1. Схема системы груз-свая-грунт

Рассмотрим механические процессы, происходящие в такой системе, с точки зрения законов сохранения механической энергии и импульса.

Первый процесс – падение груза массой m_1 в однородном поле силы тяжести с высоты H относительно сваи. При движении груза на него действует только потенциальная сила тяжести. Поэтому механическая энергия системы груз–Земля сохраняется (изменение механической энергии равно нулю)

$$\Delta W_K + \Delta W_{\Pi} = 0$$

или

$$\left(\frac{m_1 v^2}{2} - 0 \right) + (0 - m_1 g H) = 0.$$

Отсюда скорость груза непосредственно перед ударом

$$v = \sqrt{2gH}. \quad (1)$$

Второй процесс – абсолютно неупругое взаимодействие груза и сваи. В результате груз и свая начинают двигаться как единое целое со скоростью u . Поскольку внутренние силы взаимодействия между грузом и сваем оказываются намного больше внешних сил, действующих на тела системы (силы тяжести, сила реакции опоры на сваю со стороны Земли) и при этом время удара очень мало, то можно считать, что в процессе взаимодействия до момента начала движения сваи импульс системы сохраняется. В проекции на ось Y закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1 v = (m_1 + m_2) u,$$

откуда скорость совместного движения системы груз-свая сразу после удара

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \sqrt{2gH}}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

Третий процесс – погружение сваи с грузом в «грунт» на расстояние S . При этом перемещении на сваю со стороны грунта действует непотенциальная сила сопротивления грунта, направленная против перемещения. Поэтому изменение полной механической энергии системы равно работе силы сопротивления

$$\Delta W_k + \Delta W_{\text{п}} = A(F_{\text{сопр}}). \quad (3)$$

Если принять, что в процессе погружения на сваю действует постоянная средняя сила сопротивления грунта, то уравнение (3) приобретает вид

$$\left(0 - \frac{(m_1 + m_2)}{2} u^2\right) + [0 - (m_1 + m_2)gS] = -\bar{F}_{\text{сопр}} \cdot S, \quad (4)$$

где $\bar{F}_{\text{сопр}}$ — средняя сила сопротивления грунта. Отсюда, с учетом (1) и (2), получаем

$$\bar{F}_{\text{сопр}} = \left(\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} \frac{H}{S} + m_1 + m_2 \right) g. \quad (5)$$

Используя полученное соотношение, измерив в опытах H и S , можно экспериментально определить среднюю силу сопротивления грунта.

В процессе абсолютно неупругого удара часть механической энергии переходит в тепло, которое определяется разностью кинетической энергии системы до W_{k1} и после W_{k2} удара

$$Q = W_{k1} - W_{k2} = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)}{2} u^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{v^2}{2}. \quad (6)$$

Относительные потери механической энергии при этом определяются выражением:

$$\xi = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

Коэффициент сопротивления грунта при различных силах нормального давления N и высоты падения H равен:

$$k = F/N. \quad (8)$$

Зависимость силы сопротивления F от отношения H/S при разных силах нормального давления N можно записать в виде:

$$F = A (H/S) + B, \quad (9)$$

где A и B постоянные величины.

График зависимости $F = f(H/S)$ может быть представлен линейной функцией (рис. 2), угловой коэффициент A (тангенс угла наклона) которого должен быть равен

$$A = \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} g, \quad (10)$$

что подтверждает справедливость применяемой методики определения силы сопротивления грунта.

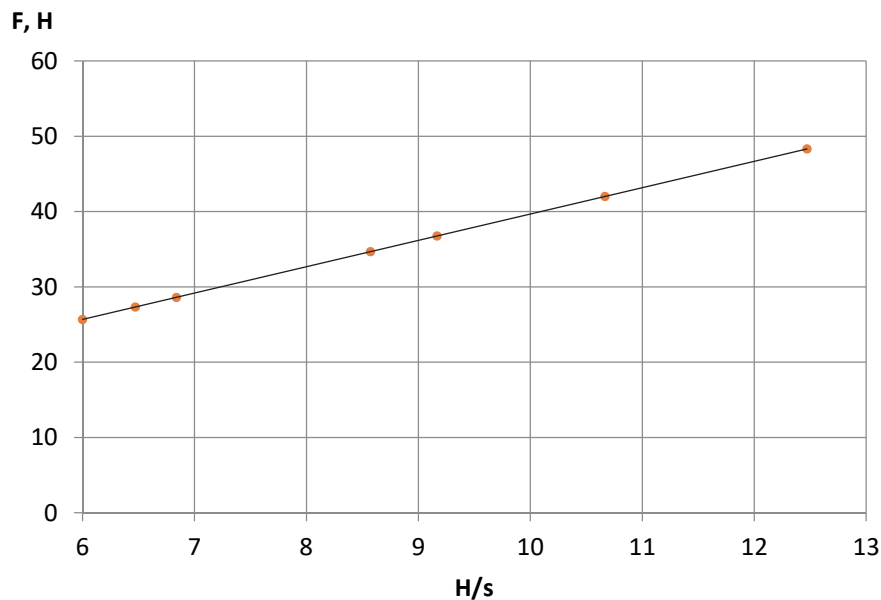


Рис. 2. Зависимость силы сопротивления грунта от отношения H/S

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 3. Модель копра состоит из груза 1, который может перемещаться по вертикальной направляющей 2, и сваи 3. Свая может скользить в имитирующей грунт разрезной втулке 4. Сила трения между сваем и втулкой создается за счет силы нормального давления N на одну из половин втулки со стороны пружины 5. Усилие пружины регулируется с помощью винта 6 и измеряется по шкале 7 динамометра. Для удержания груза 1 на некоторой высоте над сваем используется механический фиксатор 8, который можно перемещать по вертикали и закреплять в нужном положении стопорным винтом. Для закрепления груза, его поднимают до срабатывания защелки фиксатора. Освобождение груза производится нажатием пусковой кнопки 9 фиксатора. Свая 3 может быть легко освобождена от нагрузки с помощью рычага 10. Координаты груза и сваи до и после удара измеряются по шкале линейки 11 с помощью указателей, прикрепленных к грузу и свае.

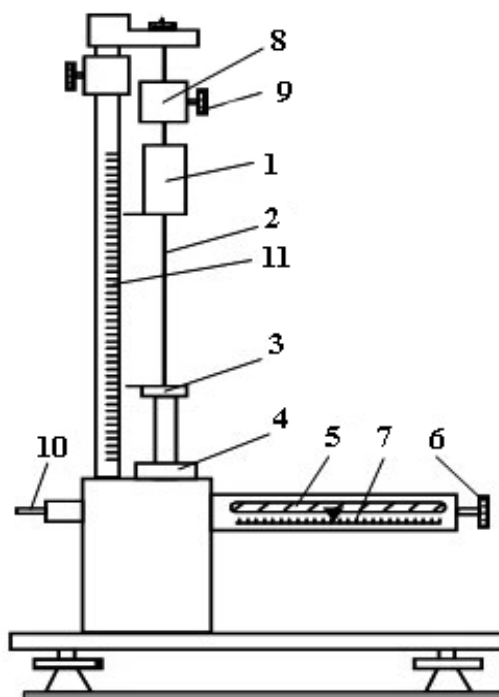


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

3. Порядок выполнения работы

Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Внесите в протокол данные установки.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
Линейка			

Данные установки:

масса груза	$m_1 =$, $\Delta m_1 =$;
масса сваи	$m_2 =$, $\Delta m_2 =$;
высота падения груза	$H =$. $\Delta H =$;
начальное положение указателя сваи	$y_0 =$.

1. Приведите систему в исходное состояние. Для этого, отжав рычаг 10 (рис. 3), поднимите сваю в крайнее верхнее положение.

2. С помощью регулировочного винта 6 установите некоторое значение силы нормального давления N_1 на втулку 4.

3. Освободите груз, нажав на кнопку 9 (наибольшую высоту расположения груза 1 необходимо подобрать так, чтобы при ударе груза свая не полностью вошла в обойму втулки); зафиксируйте груз в этом положении и определите величину y_1 .

4. Проведите эксперимент по забиванию сваи. При проведении опыта определяются

– расстояние H , проходимое грузом до его соприкосновения со сваем (рис.1);

– расстояние S , на которое свая погружается в «грунт».

Повторите эксперимент не менее трех раз. Результаты измерений внесите в табл. 2.

Расстояние S определяется по числу делений на шкале миллиметровой линейки между начальным y_0 и конечным y_2 положениями указателя сваи по шкале линейки 11. Порядок определения расстояний H и S изложен в указаниях на установке.

5. Повторите опыт для значений H_2, H_3, H_4 .

6. С помощью винта 6 увеличьте силу нормального давления на сваю и проведите вторую серию измерений в соответствии с п. 4–5.

Таблица 2

Измерение перемещения сваи после соударения

№	$N_1 = \quad, H_1 =$		$N_2 = \quad, H_1 =$	
	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$
1				
2				
3				
ср.				
№	$N_1 = \quad, H_2 =$		$N_2 = \quad, H_2 =$	
	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$
1				
2				
3				
ср.				
№	$N_1 = \quad, H_3 =$		$N_2 = \quad, H_3 =$	
	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$
1				
2				
3				
ср.				

№	$N_1 = \quad , H_1 =$		$N_2 = \quad , H_2 =$	
	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$	$y_2, \text{ мм}$	$S = y_0 - y_2, \text{ мм}$
1				
2				
3				
ср.				

4. Обработка результатов измерений

1. Для каждой серии измерений рассчитайте среднее значение S перемещения сваи, запишите результаты в табл.2.

2. Рассчитайте по формуле (5) среднюю силу сопротивления грунта по результатам экспериментов.

3. Сравните коэффициент сопротивления грунта k полученный по формуле (8) при различных силах нормального давления N и одной и той же высоте падения груза H .

4. Определите работу сил сопротивления грунта при различных силах нормального давления N и одной и той же высоте падения груза H .

5. Определите величину отношения H/S (5) при различных высотах падения груза для каждой силы нормального давления N . Постройте графики зависимости $F = f(H/S)$ для N_1 и N_2 .

6. Определите угловой коэффициент A (тангенс угла наклона) зависимости $F = f(H/S)$ (см. п.6, «Точность физических измерений»).

7. По формуле

$$\Delta F = \frac{m_1^2 g H}{(m_1 + m_2) S} \sqrt{\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2}$$

рассчитайте абсолютную погрешность определения средней силы сопротивления для каждой серии измерений, запишите окончательные результаты в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение понятиям импульс тела, импульс системы тел.
2. Сформулируйте закон сохранения импульса.
3. Какие условия позволяют использовать закон сохранения импульса в данной задаче?
4. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
5. Какие силы называются потенциальными?
6. Какой удар называется абсолютно неупругим? Каковы отличительные особенности этого удара?

7. Как изменяется механическая энергия системы груз-свая в процессе абсолютно неупругого удара?

8. Как изменяется механическая энергия рассматриваемой системы при погружении сваи в грунт? Чему равно при этом изменение механической энергии?

9. Поясните график зависимости $F = f(H/S)$ для N_1 и N_2 .

10. Опишите порядок выполнения экспериментальной части лабораторной работы. Какие прямые измерения проводятся при выполнении работы?

11. Выведете формулу для расчета силы сопротивления грунта.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 22–44.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.74–90, 95–102.

Лабораторная работа № 4

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА НА МОДЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ПУШКА-СНАРЯД

Цель работы – определение скорости снаряда и пушки после выстрела, проверка выполнения закона сохранения импульса на модельной установке.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Импульсом \vec{p} материальной точки называется произведение массы тела m на его скорость \vec{v} :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} . \quad (1)$$

Импульсом \vec{P} системы материальных точек называется геометрическая сумма импульсов тел, составляющих систему:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i . \quad (2)$$

Согласно второму закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (3)$$

где $\sum \vec{F}_i$ – векторная сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Система называется изолированной, если на тела системы не действуют внешние силы. Следовательно, импульс изолированной системы тел остается неизменным при любых взаимодействиях тел системы между собой.

В реальных обстоятельствах идеально изолированных систем не бывает. Однако и в этом случае импульс системы сохраняется при выполнении следующих условий:

1. Пусть $\sum \vec{F}_i = 0$ (такая система называется замкнутой). Тогда, как это следует из (3), $\vec{P} = \text{const}$. Импульс замкнутой системы тел остается неизменным при любых взаимодействиях тел системы.

2. Пусть сумма внешних сил не равна нулю, $\sum \vec{F}_i \neq 0$, но проекция этой суммы на некоторое направление X равна нулю, т.е. $\sum F_{ix} = 0$. В этом случае сохраняется проекция импульса системы на ось X , т.е. $P_x = \text{const}$.

3. Пусть сумма внешних сил, действующих на систему не равна нулю, однако каждая внешняя сила намного меньше любой внутренней силы между телами системы и при этом время взаимодействия очень мало. В этом случае за малое время взаимодействия между телами системы импульс системы в целом не изменяется.

Экспериментальная проверка выполнения закона сохранения импульса проводится на модельной системе «пушка-снаряд».

Рассматриваемая модельная система состоит из двух тел: пушки 1 с жестко связанной с ней пружиной 2 и снаряда 3 (рис. 1). Пушка размещается на тележке 4, которая может без трения перемещаться в горизонтальном направлении.

Масса пушки с тележкой m_1 , а масса снаряда m_2 . Пусть в начальном положении пружина сжата (рис. 1 а). Если дать возможность пружине разжаться, то снаряд полетит со скоростью \vec{v}_2 в направлении оси X , а пушка с тележкой начнут перемещаться со скоростью \vec{v}_1 в противоположном направлении (рис. 1 б).

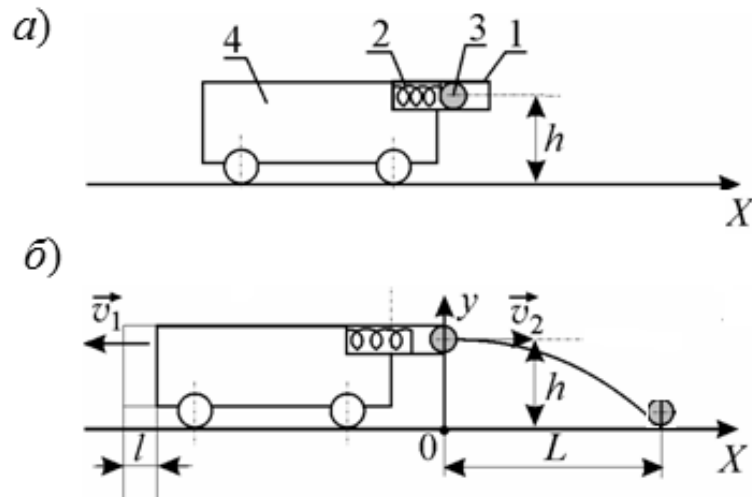


Рис. 1. Принципиальная схема системы пушка-снаряд

Так как в процессе взаимодействия внешние силы (сила тяжести и реакция опоры) дают нулевую проекцию на горизонтальную ось X , то сохраняется проекция импульса системы на горизонтальное направление:

$$P_{x_{\text{нач}}} = P_{x_{\text{кон}}} \quad (4)$$

В начальном состоянии скорости тел системы равны нулю, поэтому $P_{x_{\text{нач}}} = 0$. Тогда в соответствии с (2) и (4) можем записать:

$$0 = m_2 v_2 - m_1 v_1 \text{ или}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad (5)$$

Массы пушки m_1 и снаряда m_2 заданы. Поэтому для проверки соотношения (5) необходимо в эксперименте измерить скорости пушки и снаряда сразу после выстрела.

Будем считать, что за малый интервал времени Δt сразу после выстрела пушка с тележкой прошли такой малый отрезок Δl , что скорость практически не изменилась. Поэтому скорость пушки сразу после выстрела определяется по формуле:

$$v_1 = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{l}{\tau}, \quad (6)$$

где l – фиксированная длина, задается в данных установки; $\Delta t = \tau$ – измеряется электронным секундомером в автоматическом режиме.

Скорость снаряда определяем, рассматривая движение снаряда как тела, брошенного горизонтально с некоторой высоты h в однородном поле силы тяжести. Пренебрегая сопротивлением воздуха при полете снаряда, можем записать:

$$\begin{cases} x(t) = v_2 t \\ y(t) = h - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad (7)$$

Обозначим $t_{\text{п}}$ – время полета снаряда, а L – дальность полета. При $t = t_{\text{п}}$ будем иметь $x = L$, а $y = 0$.

Тогда в соответствии с (7)

$$v_2 = L \sqrt{\frac{g}{2h}}, \quad (8)$$

где h и L – измеряются в опытах.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 2.

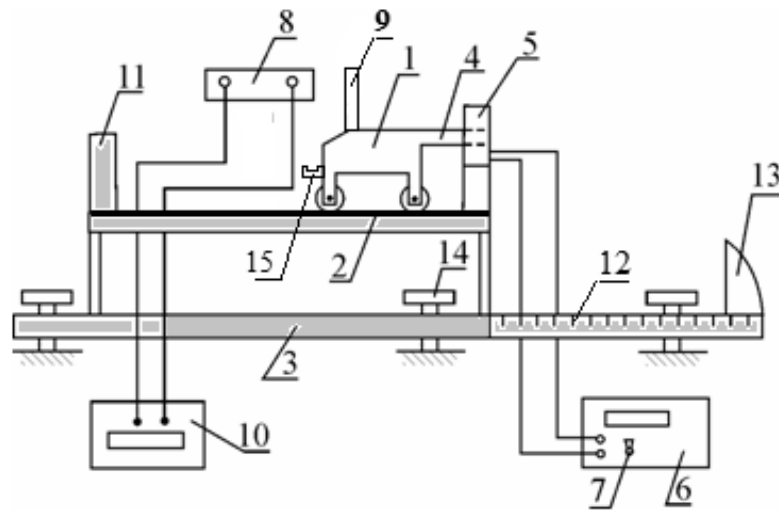


Рис. 2. Схема установки

Пружинная пушка скреплена с тележкой 1, которая может легко с малым трением двигаться по направляющему рельсу 2, расположенному горизонтально. Рельс 2 жестко связан с опорным основанием 3, которое устанавливается на лабораторном столе. В ствольной части 4 пушки по оси ствола закреплен цилиндрический стержень, на котором размещаются пружина и снаряд. В начальном положении снаряд и пушка со сжатой

пружиной удерживаются с помощью электромагнита 5, питание которого обеспечивается источником тока 6.

Запуск установки (выстрел) производится отключением питания обмотки электромагнита тумблером 7, расположенным на передней панели источника тока. При этом сжатая в стволе пушки пружина распрямляется, и система пушка-снаряд приходит в движение. Таким образом, посредством пружины происходит взаимодействие тел системы между собой. Датчики, размещенные на рамке 8 на фиксированном малом расстоянии l друг от друга, отсекающий сигнала 9, установленный на тележке, и миллисекундомер 10 с цифровой индикацией времени предназначены для измерения малого времени τ , за которое пушка проходит это расстояние. Датчики размещены таким образом, чтобы счет времени начинался сразу после полного распрямления пружины.

Для ограничения движения тележки по направляющим предусмотрен пружинный захват 11 с крюком 15. Снаряд после выстрела движется с высоты h относительно приемной площадки, описывая параболическую траекторию (рис. 1 б). При этом дальность полета снаряда L определяется по линейной шкале 12, закрепленной на приемной площадке. Ловушка 13 предназначена для гашения скорости снаряда после его падения на площадку. Опорные винты 14 служат для обеспечения горизонтальности направляющего рельса 2.

3. Порядок выполнения работы

Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Внесите в протокол данные установки.

1. Приведите систему в исходное состояние. Для этого

- выставите направляющий рельс 2 строго в горизонтальное положение с помощью уровня;
- включите питание электромагнита и, сжав пружину, зафиксируйте снаряд в стволе пушки.

2. В соответствии с указаниями на установке проведите выстрел снарядом и измерьте:

- время τ прохождения пушки фиксированного расстояния l , представленного в данных установки;
- высоту h начального положения снаряда относительно горизонтального уровня приемной площадки;
- дальность полета снаряда L .

3. Проведите эксперимент не менее трех раз. Результаты измерений заносятся в табл. 2.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

№ п/п	Наименование прибора	Предел измерений	Цена деления	Приборная погрешность
1	Миллисекундомер			
2	Линейка			

Данные установки:

масса пушки $m_1 =$, $\Delta m_1 =$;
 масса снаряда $m_2 =$, $\Delta m_2 =$;
 высота $h =$, $\Delta h =$;
 расстояние $l =$, $\Delta l =$.

Таблица 2

Результаты измерений

№ опыта	τ , с	L , см
1		
2		
3		
4		
5		
Среднее		

4. Обработка результатов измерений

1. По средним значениям $\bar{\tau}$ и \bar{L} рассчитайте скорости пушки и снаряда, используя соотношения (6) и (8).
2. Рассчитайте модули импульсов пушки и снаряда.
3. По формулам:

$$\Delta p_1 = \bar{p}_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2},$$

$$\Delta p_2 = \bar{p}_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2}$$

рассчитайте абсолютные погрешности определения импульсов пушки и снаряда.

4. Запишите окончательные результаты для импульсов в стандартной форме.

5. Сравните значения p_1 и p_2 с учетом погрешностей.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение понятиям импульса материальной точки, импульса системы материальных точек.

2. Сформулируйте закон сохранения импульса.

3. Сформулируйте условия, при которых можно использовать закон сохранения импульса.

4. Почему направляющие рельсы для тележки с пушкой должны быть выставлены строго горизонтально?

5. При каких допущениях и как рассчитывается скорость пушки сразу после выстрела? Выведите расчетную формулу для определения скорости пушки после выстрела.

6. Выведите расчетную формулу для определения скорости снаряда после выстрела.

7. Выведите формулу для расчета относительной погрешности импульса пушки.

8. Выведите формулу для расчета относительной погрешности импульса снаряда.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 13–30.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.74–90, 95–102.

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ ШАРОВ

Цель работы – определение средней силы взаимодействия при центральном ударе шаров.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Рассмотрим систему двух шаров (рис. 1). Шары 1 подвешены на длинных невесомых и нерастяжимых нитях 2 таким образом, что в состоянии равновесия шары касаются друг друга. Если правый шар отклонить от положения равновесия на угол α и затем отпустить, то при прохождении им положения равновесия происходит удар с левым неподвижным шаром. Согласно закону сохранения импульса, импульс замкнутой системы тел остается неизменным при любых взаимодействиях между телами:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}, \quad (1)$$

где $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ – импульс i -го тела, входящего в систему; n – число взаимодействующих тел в системе.

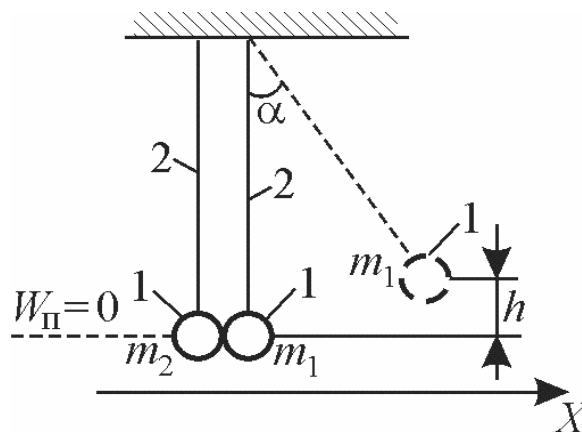


Рис. 1. Схема расположения шаров до и во время удара

Система называется замкнутой, если на нее не действуют внешние силы. В данном случае на тела системы действуют силы тяжести и натяжения нитей, причем в момент удара векторная сумма внешних сил не

равна нулю. Однако, если пренебречь сопротивлением воздуха при движении шара, то проекция внешних сил на ось X при взаимодействии шаров равна нулю и, следовательно, сохраняется проекция импульса системы тел на эту координатную ось:

$$P_x = \sum_{i=1}^n p_{x_i} = \text{const}, \quad (2)$$

то есть проекция импульса системы на ось X до взаимодействия равна проекции импульса системы после взаимодействия (в дальнейшем будем записывать все уравнения в скалярном виде, имея в виду проекции соответствующих векторов на ось X).

Если левый шар покоится и к нему подлетает со скоростью v_1 правый шар, то согласно (2)

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad (3)$$

где u_1 и u_2 – скорости первого и второго шаров после удара.

Пренебрегая силой сопротивления воздуха и считая удар абсолютно упругим, можно записать на основании закона сохранения механической энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (4)$$

Решив систему уравнений (3) и (4), получим скорости шаров после взаимодействия:

$$u_1 = v_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}, \quad (5)$$

$$u_2 = v_1 \frac{2m_1}{m_1 + m_2}. \quad (6)$$

В случае равенства масс ($m_1 = m_2 = m$) шары при абсолютно упругом ударе обмениваются скоростями:

$$u_1 = 0, \quad (7)$$

$$u_2 = v_1, \quad (8)$$

Согласно второму закону Ньютона скорость изменения импульса тела равна силе, действующей на тело v

$$\frac{d(mv)}{dt} = F, \quad (9)$$

откуда

$$d(mv) = F dt. \quad (10)$$

За время удара τ импульс каждого шара изменяется по модулю на величину

$$\Delta(mv) = \int_0^{\tau} F dt, \quad (11)$$

где F – сила взаимодействия между шарами, зависящая от времени.

Введем среднюю силу взаимодействия между шарами таким образом, чтобы ее импульс за время τ был равен импульсу переменной силы за то же время

$$F_{\text{ср}} \tau = \int_0^{\tau} F dt. \quad (12)$$

Тогда выражение (11) принимает вид

$$\Delta(mv) = F_{\text{ср}} \tau, \quad (13)$$

С учетом (7), (8) и (13) для правого и левого шаров соответственно получим

$$F_{12} = -\frac{mv_1}{\tau}; \quad F_{21} = \frac{mv_1}{\tau}. \quad (14)$$

где F_{12} – сила, действующая на правый шар со стороны левого; F_{21} – сила, действующая на левый шар со стороны правого.

Согласно закону сохранения механической энергии для правого шара

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2}, \quad (15)$$

где $h = l(1 - \cos \alpha)$ – высота, на которую был отклонен правый шар относительно выбранного нулевого уровня потенциальной энергии (рис. 1). Решая совместно (14) и (15), получаем выражение для средней силы взаимодействия шаров

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{2m \sin(\alpha / 2) \sqrt{gl}}{\tau}. \quad (16)$$

Поскольку реальный удар не является абсолютно упругим, часть механической энергии в процессе удара, переходит в другие виды энергии (например, в тепловую энергию). Поэтому левый шар отклонится от положения равновесия на угол $\alpha' < \alpha$. При этом, доля механической энергии, перешедшей в другие виды энергии, может быть оценена по формуле

$$\frac{W_{\text{н}} - W_{\text{к}}}{W_{\text{н}}} = \frac{\cos \alpha' - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}, \quad (17)$$

где $W_{\text{н}}$ – механическая энергия правого шара перед ударом; $W_{\text{к}}$ – механическая энергия левого шара после удара.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 2) представляет собой стойку 1 с закрепленными на ней верхним 2 и нижним 3 кронштейнами. На нижнем кронштейне закреплены левая 4 и правая 5 угловые шкалы. По правой шкале определяется начальный угол отклонения правого шара, по левой – угол отклонения левого шара после соударения, с правым.

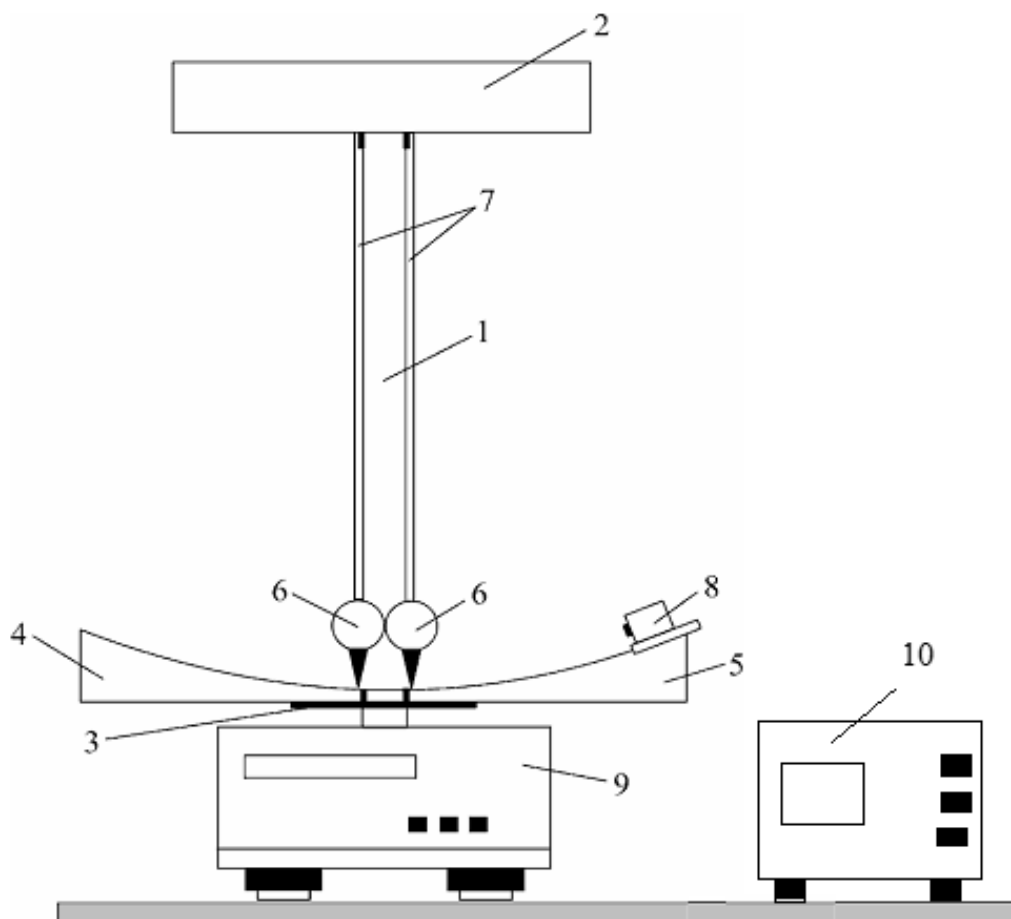


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Стальные шары 6 подвешены на штанге кронштейна 2 с помощью токопроводящих бифилярных подвесов 7. На правой шкале 5 укреплен электромагнит 8. Предусмотрена возможность его перемещения вдоль шкалы 5. Электромагнит служит для удержания правого шара в начальном положении. В зависимости от комплектации установки для измерения времени соударения шаров используется электронный микросекундомер 9 или цифровой осциллограф 10. В корпусе микросекундомера смонтированы также блоки питания и управления электромагнитом.

Включение электромагнита происходит одновременно с нажатием клавиши СЕТЬ на панели микросекундомера. При нажатии клавиши ПУСК электромагнит отключается от источника питания и правый шар приходит в движение. При столкновении шаров пока между шарами имеется электрический контакт выполняется отсчет времени с помощью либо электронного микросекундомера, либо цифрового осциллографа. Таким образом, измеряется время соударения шаров. Осциллограф фиксирует только время первого соударения.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Запишите в протокол данные установки.

Данные установки:

масса шара $m =$; $\Delta m =$;
 длина подвеса $l =$; $\Delta l =$.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

2. В зависимости от типа прибора, используемого для измерения времени удара шаров (микросекундомер или осциллограф), включите соответствующие кнопки «СЕТЬ» на панели микросекундомера 9 и «ВКЛ/ВЫКЛ» на лицевой панели осциллографа 10 рис.2. Включение электромагнита происходит одновременно с нажатием клавиши «СЕТЬ» на панели микросекундомера 9. При нажатии клавиши «ПУСК» панели микросекундомера электромагнит отключается от источника питания и правый шар приходит в движение.

3. Приведите правый шар в соприкосновение с электромагнитом 8 и, перемещая совместно шар и электромагнит вдоль шкалы 5, установите начальный угол отклонения этого шара. Запишите значение установленного угла α_1 в табл. 2.

4. Нажмите на клавишу «ПУСК» панели микросекундомера.

Примечание: первоначальные углы отклонения правого шара α_1 и α_2 задает преподаватель.

5. Нажмите на панели микросекундомера кнопку «ПУСК» и наблюдайте движение левого шара после удара.

6. Измерьте угол отклонения левого шара после соударения. Результат запишите в таблицу 2.

7. На дисплее микросекундомера отобразится время соударения шаров. Запишите измеренное время в табл.2.

8. Значение угла отклонения α_1' и времени соударения τ_1 запишите в табл. 2.

9. Повторите п. 5–8 пять раз.

10. Установите другой угол отклонения правого шара α_2 и запишите значение в таблицу 2. Повторите измерения по п. 5–9 пять раз.

Таблица 2

Результаты измерений измерение времени движения грузов

№ опыта	$\alpha_1 = \quad ^\circ$		$\alpha_2 = \quad ^\circ$	
	$\tau_1, \text{ мкс}$	$\alpha_1', \quad ^\circ$	$\tau_2, \text{ мкс}$	$\alpha_2', \quad ^\circ$

При использовании осциллографа для измерения времени соударения шаров выполните следующие действия:

1. Проверьте в присутствии преподавателя значения коэффициента развертки по горизонтали ВРЕМЯ/ДЕЛ, коэффициента усиления по вертикали ВОЛЬТ/ДЕЛ, УРОВЕНЬ (указаны на установке).

2. Нажмите на осциллографе кнопку «Однокр».

3. Нажмите на панели микросекундомера кнопку «ПУСК» и наблюдайте движение левого шара после удара.

4. Измерьте угол отклонения левого шара после соударения.

5. Измерение времени удара проводится с помощью вертикальных курсоров ① и ②, которые необходимо установить на экране осциллографа в начале и в конце сигнала, имеющего вид прямоугольника (рис. 3). Подробная инструкция к осциллографу находится в лаборатории около установки.

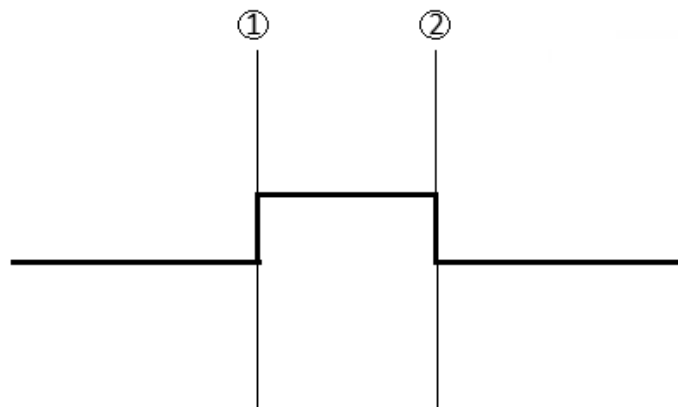


Рис. 3. Прямоугольный сигнал с курсорами на экране осциллографа

6. Значение угла отклонения α_1 и времени соударения τ_1 запишите в табл. 2.
7. Повторите п. 2–6 пять раз.
8. Установите другой угол отклонения правого шара α_2 и запишите значение в таблицу 2. Повторите измерения по п. 2–7 пять раз.

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте средние значения времени соударения шаров τ_1 и τ_2 .
2. Используя средние значения времен, соударения шаров, рассчитайте силы соударения шаров по формуле (16) для углов отклонения α_1 и α_2 .
3. Проведите статистическую обработку результатов измерений, включая расчет погрешностей прямых и косвенных измерений. При этом абсолютную погрешность косвенных измерений средней силы взаимодействия шаров рассчитайте по формуле

$$\Delta F = \bar{F} \sqrt{\frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} (\Delta \alpha)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau} \right)^2}. \quad (18)$$

Примечание: При выводе формулы (18) пренебрегли относительными погрешностями массы шара, длины подвеса и ускорения свободного падения; значения $\Delta \alpha$ необходимо подставлять в радианах.

4. Окончательные результаты для сил взаимодействия шаров запишите в стандартной форме.
5. Используя формулу (17), оцените долю механической энергии, перешедшей в результате соударения в другие виды энергии.

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте закон сохранения импульса и условия его применимости в незамкнутой системе.
2. Рассчитайте скорость правого шара и силу натяжения его подвеса перед соударением с неподвижным левым шаром.
3. Выведите формулу для расчета средней силы взаимодействия шаров при абсолютно упругом центральном ударе.
4. Как оценить долю механической энергии, перешедшей в другие виды энергии при соударении шаров?
5. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
6. На каких этапах движения шаров механическая энергия сохраняется?
7. Какой удар называется абсолютно упругим, абсолютно неупругим?
8. Выведите формулу для относительной погрешности средней силы взаимодействия шаров.
9. Почему можно использовать закон сохранения импульса системы в процессе взаимодействия шаров?
10. Как доказать, что удар шаров в данной работе не является абсолютно упругим?

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 22–44.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.95–105.

Лабораторная работа № 6

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

Цель работы – экспериментальное определение момента инерции маховика и сравнение полученной величины с её теоретическим значением.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Движение твердого тела в общем виде можно представить суммой двух движений: движения его центра масс и движения материальных точек, образующих твердое тело, относительно этого центра масс.

Для описания движения центра масс твердого тела применим второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (1)$$

где m – масса тела; \vec{a} – ускорение центра масс; $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – геометрическая сумма всех сил, приложенных к телу.

Если твердое тело закреплено на неподвижной оси Z , то вращение тела относительно этой оси описывает основное уравнение динамики вращательного движения, которое в проекции на ось вращения Z имеет вид

$$I_z \varepsilon_z = \sum_{i=1}^n M_{i(z)}, \quad (2)$$

где I_z и ε_z – моменты инерции и угловое ускорение твердого тела относительно неподвижной оси вращения Z соответственно; $\sum_{i=1}^n M_{i(z)}$ – алгебраическая сумма проекций моментов внешних сил на ось вращения.

Момент инерции твердого тела I_z относительно неподвижной оси Z определяется по формуле

$$I_z = \int_m r^2 dm, \quad (3)$$

где r – расстояние от элемента тела массой dm до оси Z .

Момент инерции твердого тела зависит от массы тела, его формы, размеров и положения оси вращения. Момент инерции является мерой инертности тела во вращательном движении.

Маховик – массивное тело (обычно в виде диска), которое может вращаться относительно некоторой неподвижной оси (обычно это ось симметрии, проходящая через центр масс тела). Особенностью маховика является большое значение его момента инерции относительно оси вращения. Поэтому, чтобы за короткое время привести его в движение или изменить угловую скорость вращения, необходимо приложить значительный момент внешней силы относительно этой оси.

Рассмотрим маховик (рис. 1), состоящий из большого диска 1 и шкива (малого диска с проточкой) 2, которые насажены на общий вал 3, так что система может вращаться относительно оси Z .

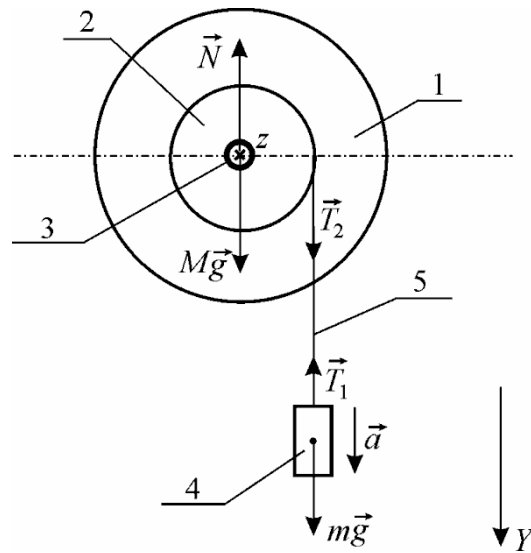


Рис. 1. Схема системы маховик-груз

На маховик действуют сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции \vec{N} и сила трения в оси $\vec{F}_{\text{тр}}$ и сила натяжения нити \vec{T} .

Так как моменты силы реакции в оси N и силы тяжести маховика Mg относительно оси вращения равны нулю, то уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось Z имеет вид:

$$I_z \varepsilon_z = M_z(T_2) + M_z(F_{\text{тр}}), \quad (4)$$

где $M_z(T_2)$ – проекция момента силы натяжения нити на ось Z ; $M_z(F_{\text{тр}})$ – проекция момента силы трения, приложенной к валу.

Учитывая, что $M_z(T_2) = T_2 \cdot r$ и знаки проекций моментов сил T_2 и $F_{\text{тр}}$ на ось вращения Z , получаем

$$I_z \varepsilon_z = T_2 r - M_z(F_{\text{тр}}), \quad (5)$$

где r – радиус шкива.

Поступательное движение груза 4 массой m описывается вторым законом Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}_1,$$

где a – ускорение центра масс груза; T_1 – сила натяжения нити, приложенная к грузу. В проекции на ось Y это уравнение принимает вид

$$ma = mg - T_1. \quad (6)$$

Будем считать нить нерастяжимой. В этом случае ускорения всех точек нити и груза одинаковы и равны тангенциальному ускорению точек обода шкива. Если считать нить невесомой, то силы натяжения нити в разных её точках будут одинаковы ($T_1 = T_2 = T$).

В исходном состоянии система тел неподвижна, а нить полностью размотана. Вращая маховик, поднимем груз на высоту h_1 , намотав нить на вал, и предоставим систему самой себе. В процессе движения груз опускается с постоянным ускорением a . Из закона равнопеременного движения получим:

$$h_1 = \frac{a\tau^2}{2}, \quad (7)$$

где τ – время, за которое груз проходит расстояние h_1 .

Так как ускорение поступательного движения груза связано с угловым ускорением вращения маховика соотношением

$$a = \varepsilon r,$$

то можем записать

$$h_1 = \frac{\varepsilon r\tau^2}{2}. \quad (8)$$

Выражение для момента инерции маховика получаем из уравнения (5)

$$I_z = \frac{Tr - M_z(F_{\text{тр}})}{\varepsilon}. \quad (9)$$

Если силу натяжения нити выразить из соотношения (6), а угловое ускорение ε – из (8), то выражение (9) приобретает вид

$$I_z = \left[\frac{mgr - M_z(F_{\text{тр}})}{2h_1} \right] r\tau^2 - mr^2. \quad (10)$$

Для расчета момента инерции I_z нужно знать все величины, входящие в формулу (10). При выполнении эксперимента можно измерить τ и h_1 .

Для определения момента силы трения $M_z(F_{\text{тр}})$ рассмотрим движение системы после прохождения грузом нижней точки. Поскольку маховик, обладая запасом кинетической энергии, продолжает вращаться, то нить наматывается на шкив, поднимая груз вверх. В тот момент, когда груз поднимается на высоту h_2 , система останавливается, а её кинетическая энергия становится равной нулю. Трение в подшипниках вала приводит к тому, что $h_2 < h_1$. Изменение механической энергии системы $\Delta W_{\text{мех}}$ равно работе силы трения $A(F_{\text{тр}})$:

$$\Delta W_{\text{мех}} = A(F_{\text{тр}}). \quad (11)$$

Так как в начальном (когда груз находится на высоте h_1) и в конечном (когда груз находится на высоте h_2) положениях кинетическая энергия системы равна нулю, то изменение механической энергии системы равно изменению только потенциальной энергии груза

$$\Delta W_{\text{мех}} = W_{n2} - W_{n1}. \quad (12)$$

Работу силы трения выразим через момент силы трения $M_z(F_{\text{тр}})$ и угловое перемещение маховика $\Delta\varphi$:

$$A(F_{\text{тр}}) = -M_z(F_{\text{тр}}) \Delta\varphi. \quad (13)$$

Приравнивая правые части уравнений (12) и (13), получаем

$$W_{n2} - W_{n1} = -M_z(F_{\text{тр}}) \Delta\varphi$$

или

$$mgh_2 - mgh_1 = -M(F_{\text{тр}}) \Delta\varphi. \quad (14)$$

Угловое перемещение маховика $\Delta\varphi$ равно отношению длины дуги, которую опишут точки обода шкива за все время движения, к его радиусу

$$\Delta\varphi = \frac{l}{r},$$

где $l = h_1 + h_2$. Подставляя угловое перемещение $\Delta\varphi$ в уравнение (14), получаем

$$M_z(F_{\text{тр}}) = \frac{m_1 g (h_1 - h_2) r}{h_1 + h_2}. \quad (15)$$

Окончательное выражение для определения экспериментального значения момента инерции маховика приобретает вид:

$$I_{z_3} = mr^2 \left(\frac{g\tau^2 h_2}{h_1 (h_1 + h_2)} - 1 \right). \quad (16)$$

Формула (16) позволяет рассчитать момент инерции маховика по измеренным в эксперименте значениям τ , h_1 и h_2 .

Значение момента инерции маховика, полученное экспериментально, можно сравнить с теоретическим значением момента инерции вращающейся системы. В лабораторной установке маховик можно условно разбить на отдельные элементы: вал, шкив, диск и кольцо (если маховик имеет внешнее кольцо). Поскольку момент инерции твердого тела обладает свойством аддитивности, то можно записать

$$I_{z_\tau} = I_{z_{\text{вала}}} + I_{z_{\text{шкива}}} + I_{z_{\text{диска}}} + I_{z_{\text{кольца}}}.$$

Так как размеры шкива незначительны и его масса много меньше массы диска, моментом инерции шкива $I_{z_{\text{шкива}}}$ можно пренебречь. Поэтому

$$I_{z_T} = I_{z_{\text{вала}}} + I_{z_{\text{диска}}} + I_{z_{\text{кольца}}}$$

или

$$I_{z_T} = \frac{m_{\text{вала}} R_{\text{в}}^2}{2} + \frac{m_{\text{диска}} (R_1^2 + R_{\text{в}}^2)}{2} + \frac{m_{\text{кольца}} (R_1^2 + R_2^2)}{2}, \quad (17)$$

где $m_{\text{вала}}$, $m_{\text{диска}}$, $m_{\text{кольца}}$ – массы вала, диска, и кольца соответственно; $R_{\text{в}}$ – радиус вала; R_1 – внешний радиус диска; R_2 – внешний радиус кольца. Соответствующие параметры представлены в данных лабораторной установки.

Примечание: в некоторых лабораторных установках маховик выполнен без кольца, поэтому для таких установок третье слагаемое в формуле (17) отсутствует.

2. Описание схемы экспериментальной установки

На рисунке 2 представлена схема установки.

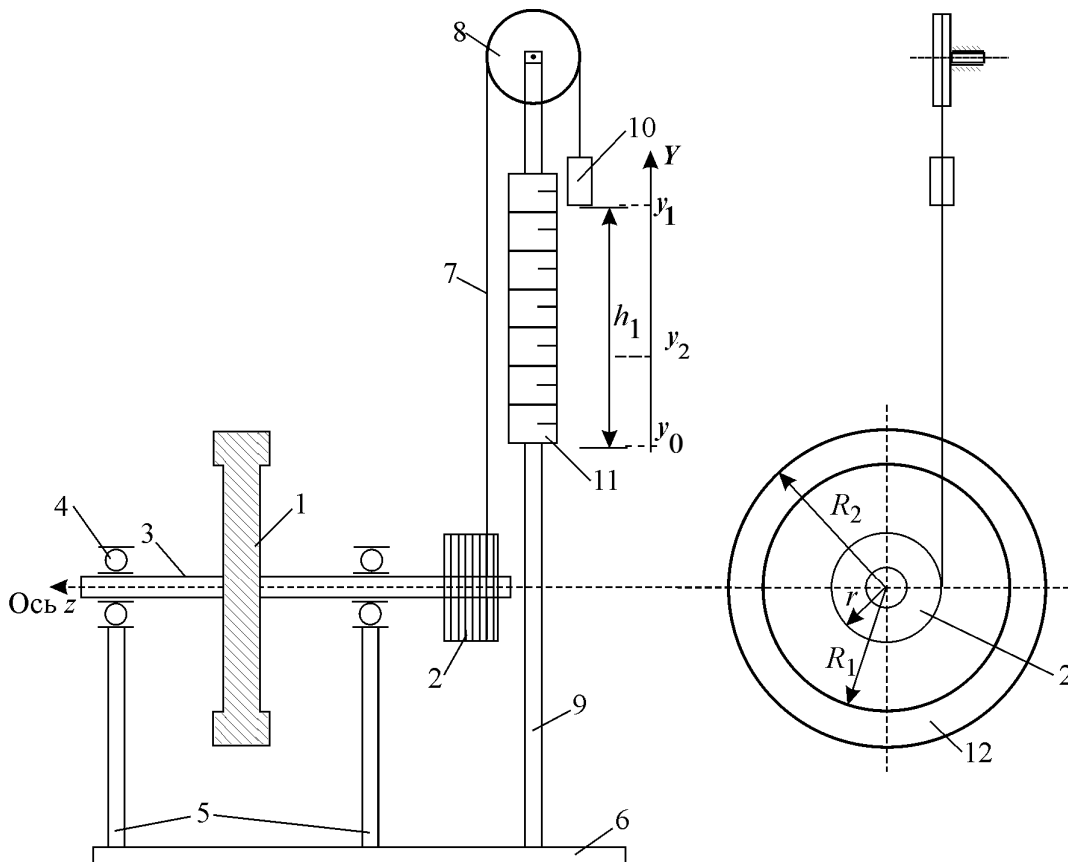


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Маховик 1 со шкивом 2 плотно закреплены на валу 3, запрессованном в прецизионные подшипники качения 4. Подшипники 4 строго соосно смонтированы на массивных опорах 5, жестко закрепленных на основании 6. Намотанная на шкив 2 нить 7 перекинута через легкий блок 8, установленный на стойке 9. Другой конец нити соединен с грузом 10. Для регистрации положения груза предусмотрена вертикально расположенная линейка 11 с миллиметровой шкалой. По миллиметровой шкале линейки фиксируются начальное и конечное положения груза 10, по которым рассчитываются высоты h_1 и h_2 . На рисунке 2 указаны r – радиус шкива, R_1 – наружный радиус диска, R_2 – внешний радиус кольца 12 (если маховик имеет внешнее кольцо).

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
Линейка			
Секундомер			
Штангенциркуль			

2. Внесите в протокол данные установки.

Данные установки:

масса груза $m =$, $\Delta m =$;
 масса диска $m_d =$, $\Delta m_d =$;
 радиус диска $R_1 =$, $\Delta R_1 =$;
 масса вала $m_b =$, $\Delta m_b =$;
 радиус вала $R_b =$, $\Delta R_b =$;
 внешний радиус кольца
 (если маховик имеет
 внешнее кольцо) $R_2 =$, $\Delta R_2 =$;
 масса кольца $m_k =$, $\Delta m_k =$.

3. С помощью штангенциркуля проведите пять независимых измерений диаметра шкива d , значение диаметра запишите в табл. 2.

Результаты измерений диаметра шкива

№ п/п	Диаметр шкива, d , мм	Радиус шкива, $\bar{r} = \frac{\bar{d}}{2}$, мм
1		
2		
3		
4		
5		
Среднее		

4. Убедитесь, что нить полностью смотана со шкива и натянута, а груз 10 касается опоры и находится в самом нижнем положении. Произведите отсчет координаты y_0 положения нижнего торца груза по вертикальной линейке 11.

5 Вращая маховик рукой, поднимите груз так, чтобы его нижняя торцевая поверхность располагалась на отметке y_1 по линейке – исходное состояние (значение y_1 согласуйте с преподавателем).

6. Удерживая маховик с грузом в положении y_1 , подготовьте секундомер к проведению измерения времени движения системы.

7. Без толчка отпустите маховик, одновременно включив секундомер.

8. В момент достижения грузом 10 нижнего положения y_0 выключите секундомер. В этот момент нить будет полностью размотана, а затем начнет наматываться на шкив, при этом груз 10 будет подниматься.

9. Зафиксируйте координату груза y_2 , в тот момент, когда груз поднимется на максимальную высоту.

10. Результаты измерений τ и y_2 занесите в табл. 3.

11. Верните систему в исходное состояние. Пункты 4–10 повторите еще 4 раза. Результаты измерений занесите в табл. 3.

Измерение времени движения груза τ и расстояний h_1 и h_2

№ п/п	y_0 , мм	y_1 , мм	y_2 , мм	$h_1 = y_1 - y_0 $, мм	$h_2 = \bar{y}_2 - y_0 $, мм	τ , с
1						
2						
3						
4						
5						
Среднее						

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции маховика, используя формулу (17).

2. По среднему значению диаметра шкива рассчитайте его радиус и внесите его значение в соответствующую графу табл. 2.

3. Используя данные табл.3, вычислите средние значения времени τ и координаты y_2 и определите расстояния h_1 и h_2 .

4. Используя значения h_1 , h_2 , средние значения $\bar{\tau}$ и \bar{r} , рассчитайте экспериментальное значение момента инерции маховика по формуле (16).

5. Проведите статистическую обработку результатов измерений: времени движения груза τ и диаметра шкива d . Запишите результаты расчетов в стандартном виде:

$$\tau = \bar{\tau} \pm \Delta\tau, \quad d = \bar{d} \pm \Delta d.$$

6. Используя полученные значения погрешностей, рассчитайте абсолютную погрешность экспериментального значения момента инерции маховика по формуле:

$$\Delta I_{z_3} = \bar{I}_{z_3} \sqrt{\left(\frac{\Delta h_1}{h_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2}.$$

7. Рассчитайте погрешность теоретического значения момента инерции маховика по формуле:

$$\Delta I_{z_T} = \sqrt{\left(\frac{R_2^2}{2}\right)^2 (\Delta m_D)^2 + \left(\frac{R_2^2}{2}\right)^2 (\Delta m_K)^2 + [(m_D + \Delta m_K) R_2]^2 (\Delta R_2)^2}.$$

Примечание: в некоторых лабораторных установках маховик выполнен без кольца, поэтому для таких установок m_K отсутствует.

8. Окончательные результаты для экспериментального и теоретического значений I_z запишите в стандартном виде

$$I_{z_3} = \bar{I}_{z_3} \pm \Delta I_{z_3},$$
$$I_{z_T} = \bar{I}_{z_T} \pm \Delta I_{z_T}.$$

9. Проведите сравнение полученных результатов и сделайте вывод.

Контрольные вопросы и задания

1. Как определяется момент инерции материальной точки, системы материальных точек, твердого тела относительно оси?
2. От чего зависит момент инерции твердого тела массой m относительно данной оси вращения Z ?
3. Каков физический смысл момента инерции твердого тела?
4. Выведите выражение для момента инерции сплошного однородного кольца относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр.
5. Сформулируйте определения момента силы относительно неподвижного полюса, относительно неподвижной оси.
6. Каким образом в работе определяется работа сил трения в подшипниках вала?
7. Получите формулу для расчета момента инерции маховика по данным эксперимента, пренебрегая трением в подшипниках вала.
8. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения и охарактеризуйте входящие в него величины.
9. Покажите на рисунке направления векторов угловой скорости, углового ускорения маховика и момента силы натяжения при движении груза вверх и вниз.
10. Почему груз в эксперименте поднимается на высоту, меньшую первоначальной?
11. Как рассчитывается теоретическое значение момента инерции маховика относительно оси вращения? Какие параметры для этого надо знать? Какими величинами можно пренебречь?
12. Какие силы создают вращающие моменты в работе, куда направлены моменты этих сил?
13. Сформулируйте закон изменения механической энергии.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 44–56.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.106–111, 134–143, 151–155.

Лабораторная работа № 7

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КРЕСТООБРАЗНОГО МАЯТНИКА (МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА)

Цель работы – экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека и сравнение полученной величины с её теоретическим значением.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Маятник Обербека (рис. 1) представляет собой крестовину с закрепленными на ней грузами массой m_0 каждый, которые находятся на расстоянии R от оси вращения. На шкив крестовины намотана невесомая нерастяжимая нить, на которой закреплен груз массой m . Если, вращая систему и наматывая при этом нить на шкив, поднять груз на высоту h , а затем предоставить систему самой себе, то груз начнет двигаться вниз равноускоренно и поступательно, а крестовина — равноускоренно вращаться.

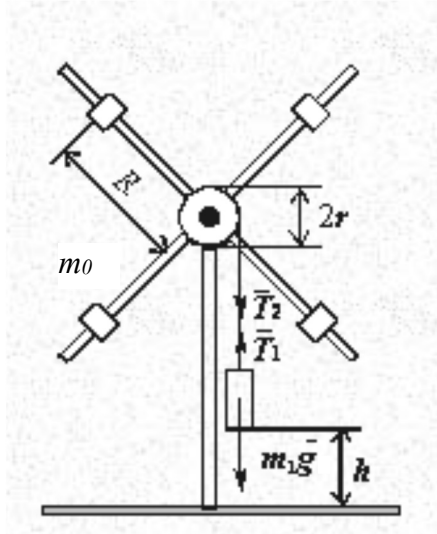


Рис. 1. Схема маятника Обербека

Движение маятника описывается основным уравнением динамики вращательного движения, которое в проекции на ось Z , совпадающей с осью вращения, имеет вид

$$I_z \varepsilon = \sum_{i=1}^N M_{i(z)}, \quad (1)$$

где ε – угловое ускорение маятника; I_z – момент инерции маятника относительно оси вращения, включающий момент инерции крестовины I_0 и

момент инерции четырех грузов массами m_0 ; $\sum_{i=1}^N M_{i(z)}$ – алгебраическая сумма проекций моментов внешних сил на ось Z .

На маятник действуют момент силы натяжения нити $M_z(T_2) = T_2 r$ и момент силы трения в подшипниках $M_z(F_{\text{тр}})$. Учитывая знаки проекций этих моментов на ось Z , из уравнения (1) получаем

$$I_z \varepsilon = T_2 r - M_z(F_{\text{тр}}). \quad (2)$$

Поступательное движение груза массой m описывается вторым законом Ньютона, который в проекции на ось Y (направленную вертикально вниз) имеет вид

$$ma = mg - T_1. \quad (3)$$

При условии нерастяжимости нити ускорения всех точек нити и груза одинаковы и постоянны во времени. Ускорение поступательного движения груза m связано с угловым ускорением маятника соотношением

$$a = \varepsilon r. \quad (4)$$

Из условия невесомости нити следует, что

$$T_1 = T_2 = T.$$

В эксперименте измеряется время τ прохождения грузом массой m расстояния h при движении системы без начальной скорости.

По результатам эксперимента можно определить ускорение поступательного движения груза на нити, момент силы натяжения нити, угловое ускорение и момент инерции маятника Обербека.

Из кинематического закона поступательного движения груза следует, что его ускорение a можно определить как

$$a = \frac{2h}{\tau^2}. \quad (5)$$

Используя соотношения (4) и (5), получаем выражение для углового ускорения маятника:

$$\varepsilon = \frac{2h}{r\tau^2}. \quad (6)$$

С учетом соотношения (3) момент силы натяжения нити $M_z(T) = Tr$ рассчитывается как

$$M_z(T) = mr \left(g - \frac{2h}{\tau^2} \right). \quad (7)$$

Если изменить массу m груза на нити или радиус шкива r , то изменится сила натяжения нити T , ее момент относительно оси вращения

$M_z(T)$, а также ускорение груза и угловое ускорение маятника. При этом значение момента инерции системы относительно оси Z и момент сил трения относительно этой оси остаются неизменными.

Из уравнения вращательного движения (2) следует, что момент силы натяжения нити $M_z(T)$ является линейной функцией углового ускорения ε :

$$M_z(T) = I_z \varepsilon + M_z(F_{\text{тр}}). \quad (8)$$

Можно провести серии измерений, в которых определяются момент силы натяжения нити и угловое ускорение маятника (для этого необходимо изменять значения радиуса блока и массу груза), и построить график зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения, как это показано на рис. 2.

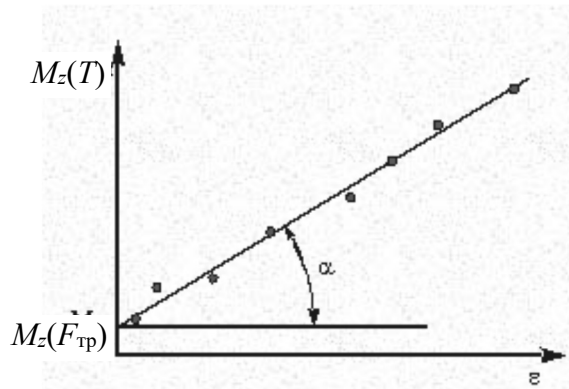


Рис. 2. График зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения маятника

Линейность этого графика будет экспериментальным подтверждением зависимости (8) и, следовательно, справедливости уравнения динамики вращательного движения (2). По графику зависимости можно определить момент инерции маятника.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 3. На вертикальной стойке 1 закреплены кронштейны 2, 3 и 4. На кронштейне 3 смонтирован маятник Обербека – цилиндрическая муфта 5 с ввинченными в нее четырьмя жесткими стержнями 6. По стержням могут перемещаться грузы 7. Маятник Обербека жестко соединен с двухступенчатым

шкивом 8. На шкиве имеется приспособление для закрепления нити. Намотанная на шкив нить перекинута через блок 9, установленный на кронштейне 2. Другой конец нити соединен с грузом 10.

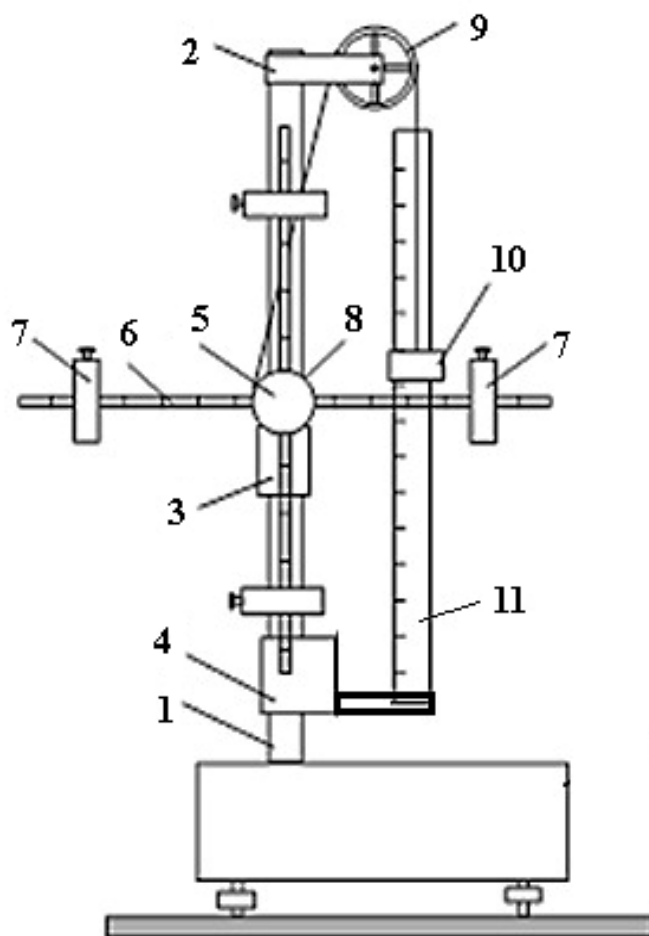


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов и запишите данные установки. Для проведения опытов необходимы следующие средства измерений: секундомер; линейка с миллиметровой шкалой для определения расстояния, пройденного грузом.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами. В данную комплектацию системы входят фотодатчики и электронный секундомер, позволяющие производить отсчет времени прохождения грузом расстояния h . Порядок ее использования, а также необходимые для расчетов данные указаны на установке.

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

момент инерции крестовины без грузов	$I_0 =$,	$\Delta I_0 =$;
масса груза на крестовине	$m_0 =$,	$\Delta m_0 =$;
радиус малого шкива	$r_1 =$,	$\Delta r_1 =$;
радиус большого шкива	$r_2 =$,	$\Delta r_2 =$;
масса груза на нити	$m_1 =$,	$\Delta m_1 =$;
масса дополнительного груза на нити	$m_2 =$,	$\Delta m_2 =$;
координата верхнего фотодатчика	$y_1 =$,	$\Delta y_1 =$;
координата нижнего фотодатчика	$y_0 =$,	$\Delta y_0 =$;
расстояние грузов от оси вращения	$R =$.		

2. Установите грузы 7 на стержнях 6 (рис. 3) так, чтобы их центры масс находились на рекомендованном преподавателем расстоянии R от оси вращения. Незначительно перемещая грузы 7 вдоль стержней, необходимо добиться, чтобы маятник находился в состоянии безразличного равновесия. Определите среднее значение расстояния R от центров масс грузов до оси вращения. Для этого измерьте линейкой расстояния между наружным торцом одного груза и внутренним торцом противоположного груза для каждого стержня: l_1 для одной пары противоположных грузов; l_2 для другой пары. Вычислите и запишите среднее значение

$$R = \frac{l_1 + l_2}{4}.$$

3. Закрепите нить на малом шкиве 8 радиусом r_1 , к другому концу нити прикрепите груз 10 массой m_1 . перебросьте нить через блок.

4. Вращая маятник, поднимите груз 10 и отпустите его без начальной скорости.

5. Измерьте время τ прохождения грузом расстояния h (порядок измерения времени прохождения грузом расстояния h приводится в указаниях на установке).

6. Для повышения точности эксперимента измерения проведите пять раз. Результаты измерений запишите в табл. 2.

7. Проведите вторую серию измерений, добавив к грузу на нити массой m_1 дополнительный груз массой m_2 .

8. Закрепите нить на большом шкиве 8 радиусом r_2 , повторите действия, описанные в п.4–6.

Таблица 2

Измерение времени движения груза

№	$r_1 =$ М		$r_2 =$ М	
	$m_1 =$ КГ	$m = m_1 + m_2 =$ КГ	$m_1 =$ КГ	$m = m_1 + m_2 =$ КГ
	τ_1, c	τ_2, c	τ_3, c	τ_4, c
1				
...				
Среднее				

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции крестовины с грузами, $I = I_0 + 4 m_0 r^2$.

2. Для каждой серии измерений рассчитайте средние значения времени движения груза 10.

3. По формулам (6) и (7) рассчитайте угловой ускорение маятника ϵ и модуль момента силы натяжения нити M_H для четырех серий опытов и заполните табл. 3.

Таблица 3

Экспериментальные результаты для построения графика

$\epsilon, \text{ рад/с}^2$				
$M_z(T), \text{ Н}\cdot\text{м}$				

4. Используя данные табл. 3, постройте график зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения маятника. При построении графика следует руководствоваться рекомендациями, изложенными в параграфе 6 «Графическое изображение и обработка результатов».

5. В соответствии с рекомендациями п.16 параграфа 6 рассчитайте экспериментальное значение момента инерции маятника I_z , как угловой коэффициент построенной прямой.

6. Определите погрешность экспериментального значения момента инерции маятника Обербека (согласно указаниям п.16 параграфа 6).

7. Зная параметры маятника Обербека, рассчитайте абсолютную погрешность теоретического значения его момента инерции по формуле:

$$\Delta I_{\text{т}} = \sqrt{(\Delta I_0)^2 + l^4 (\Delta m_0)^2 + (2m_0 l)^2 (\Delta l)^2}.$$

8. Запишите окончательные результаты в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции маятника Обербека. Какие параметры установки необходимо для этого знать?

2. Какая сила создает вращающий момент, действующий на маятник? Запишите выражение для момента этой силы. Укажите направление вектора момента силы.

3. Напишите основное уравнение динамики вращательного движения. Охарактеризуйте физические величины, входящие в это уравнение.

4. Нить намотали на шкив с другим радиусом. Какие характеристики движения при этом изменятся?

5. В установке изменили массу груза на нити. Как изменятся при этом характеристики движения?

6. В установке изменили положение грузов на стержнях. Как изменятся при этом характеристики движения?

7. Можно ли воспользоваться законом сохранения механической энергии для описания движения системы?

8. Запишите соотношение, связывающее угловое ускорение маятника Обербека и линейное ускорение груза. При каком условии это соотношение справедливо?

9. Зачем в ходе проведения эксперимента грузы на крестовине устанавливаются в положение безразличного равновесия?

10. Как изменится характер движения маятника, если с крестовины снять один из грузов?

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 44–56.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.106–111, 134–143, 151–155.

Лабораторная работа № 8

ИЗУЧЕНИЕ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА ПРИМЕРЕ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы – определение ускорения центра масс маятника Максвелла; опытное определение момента инерции кольца.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Плоское движение твердого тела – такое движение, при котором все точки тела движутся в плоскостях, параллельных некоторой плоскости, неподвижной в рассматриваемой системе отсчета. Плоское движение может быть представлено как сумма двух движений – поступательного движения с ускорением, равным ускорению центра масс, и вращательного движения вокруг мгновенной оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения.

Рассмотрим плоское движение диска 1, насаженного на вал 2 радиусом r (рис. 1 *a*). На вал намотаны две невесомые нерастяжимые нити, закрепленные на горизонтальном кронштейне 4. Такая система (маятник Максвелла), предоставленная самой себе, начнет совершать плоское движение, в котором все точки маятника будут двигаться в вертикальных плоскостях, перпендикулярных плоскости рисунка.

Поступательное движение центра масс диска описывается вторым законом Ньютона (теорема о движении центра масс):

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \quad (1)$$

где m – масса диска и вала; \vec{a} – ускорение центра масс; $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ – векторная сумма всех сил, приложенных к системе.

В проекции на ось Y уравнение (1) принимает вид

$$ma = mg - 2T, \quad (2)$$

где T – сила натяжения нити.

Вращательное движение маятника относительно горизонтальной оси Z , проходящей через центр масс, описывается основным уравнением динамики вращательного движения:

$$I_z \varepsilon_z = \sum_{i=1}^N M_{i(z)}, \quad (3)$$

где ε_z – угловое ускорение маятника; I_z – момент инерции маятника относительно оси Z ; $\sum_{i=1}^N M_{i(z)}$ – алгебраическая сумма проекций моментов всех внешних сил на ось Z .

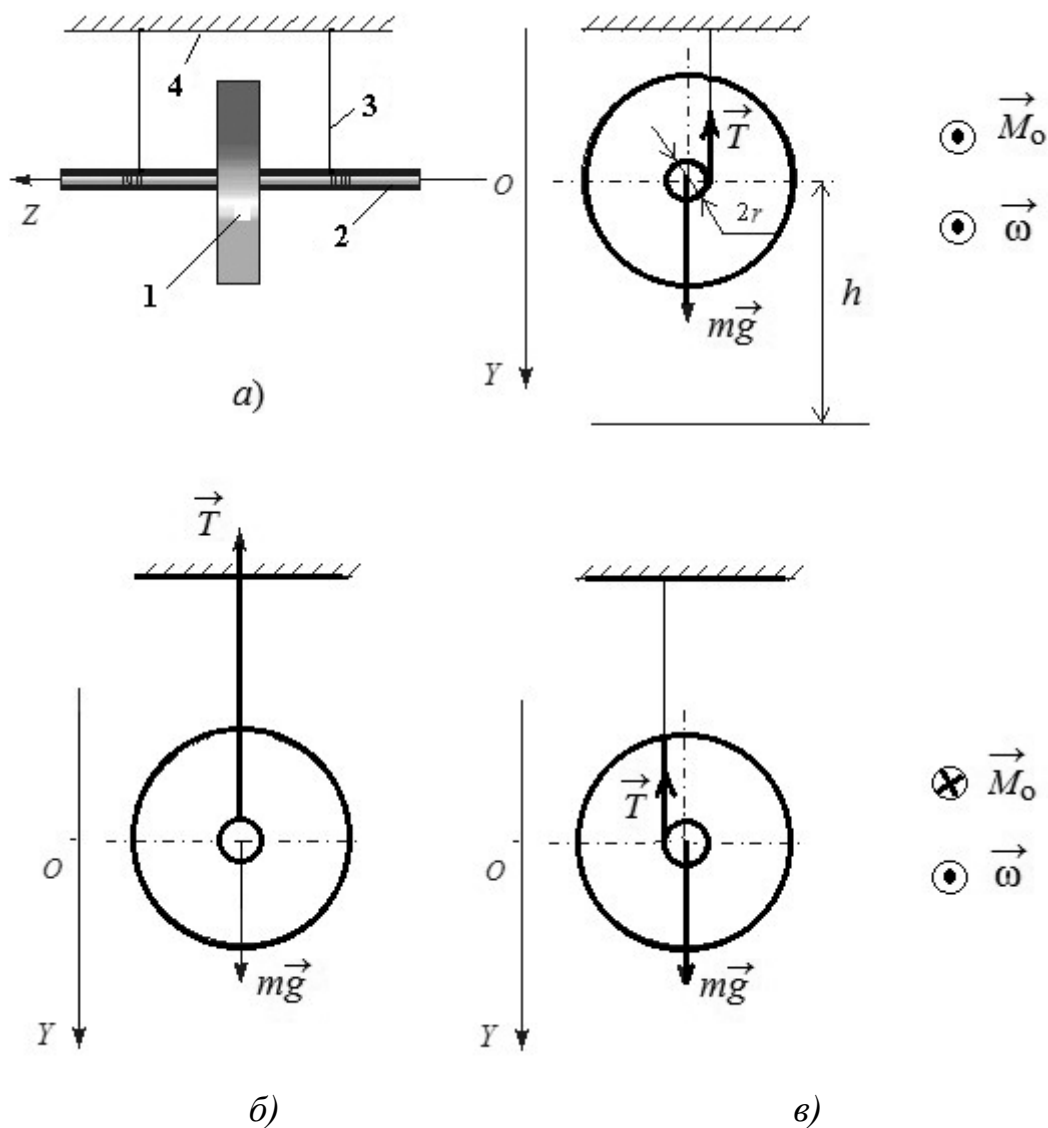


Рис. 1. Схема плоского движения маятника Максвелла

Вращательный момент создается силами натяжения двух нитей, поэтому уравнение (3) относительно оси Z приобретет вид

$$I_z \varepsilon_z = 2Tr. \quad (4)$$

Если нить не проскальзывает, то линейное ускорение a центра масс и угловое ускорение ε связаны кинематическим соотношением

$$a = \varepsilon r. \quad (5)$$

Из (2) – (5) получим выражения для ускорения центра масс системы

$$a = \frac{mgr^2}{mr^2 + I_z}, \quad (6)$$

углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{mgr}{mr^2 + I_z} \quad (7)$$

и силы натяжения нитей

$$T = \frac{mgI_z}{2(mr^2 + I_z)}. \quad (8)$$

Итак, центр масс диска движется вниз поступательно и равноускоренно с ускорением, определяемым выражением (6). Одновременно диск вращается с постоянным угловым ускорением относительно мгновенной оси, проходящей через центр масс, определяемым выражением (7) (рис. 1 а).

В момент, когда диск достигает нижней точки траектории и нити полностью размотаны, происходит рывок (рис. 1 б). Под действием сил упругости нити вектор импульса диска изменяет направление на противоположное. Диск начинает подниматься вверх, но уже равнозамедленно, направление вращения диска при этом не изменяется. Поскольку нити начинают наматываться с противоположной стороны вала, угловое ускорение диска изменяет свое направление на противоположное (рис. 1 в). Достигнув верхней точки, диск останавливается, затем начинает движение вниз, и весь процесс повторяется, т.е. диск совершает колебательное движение. Поэтому подобное устройство называется маятником.

Маятник Максвелла может быть использован для определения моментов инерции тел, имеющих осевую симметрию. Задачу можно поставить таким образом: определить момент инерции кольца, надетого на диск маятника Максвелла, если известны радиус r вала и масса кольца m_k . Изменяя время движения маятника без кольца τ_1 и с кольцом τ_2 при его движении с заданной высоты можно определить момент инерции кольца.

При движении маятника без начальной скорости его центр масс проходит расстояние h по вертикали за время τ , поэтому выполняется кинематическое соотношение

$$h = \frac{a\tau^2}{2}, \quad (9)$$

откуда ускорение центра масс

$$a = \frac{2h}{\tau^2}. \quad (10)$$

Используя формулу (6), сможем определить момент инерции маятника без кольца

$$I_{z0} = r^2 m \left(\frac{g\tau_1^2}{2h} - 1 \right), \quad (11)$$

и с кольцом

$$I_z = r^2 (m + m_k) \left(\frac{g\tau_2^2}{2h} - 1 \right). \quad (12)$$

Поскольку момент инерции величина аддитивная, экспериментальное значение момента инерции кольца есть разность момента инерции системы в целом и момента инерции маятника без кольца

$$I_k = I_z - I_{z0}, \quad (13)$$

где I_z – момент инерции маятника с кольцом; I_{z0} – момент инерции маятника без съемного кольца относительно оси Z .

С учетом (13) окончательное выражение для момента инерции кольца относительно оси Z , определенного по результатам эксперимента, можно записать в виде

$$I_{zk}^{\text{э}} = r^2 (m + m_k) \left(\frac{g\tau_2^2}{2h} - 1 \right) - r^2 m \left(\frac{g\tau_1^2}{2h} - 1 \right). \quad (14)$$

Теоретическое значение момента инерции съемного кольца определяется выражением

$$I_{zk}^{\text{т}} = \frac{m_k}{2} (R_1^2 + R_2^2), \quad (15)$$

где R_1, R_2 – внутренний и внешний радиусы кольца (заданы в указаниях на установке) соответственно.

2. Описание экспериментальной установки

Установка, называемая маятником Максвелла, предназначена для изучения динамики плоского движения твердого тела, определения момента инерции маятника в целом и его элементов. С помощью данной установки можно также проверить выполнимость закона сохранения механической энергии. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2. На вертикальной стойке 1 закреплен кронштейн 2, на котором смонтирован фиксирующий элемент 4 и устройство 5 для крепления и регулировки длины нитей подвеса. Маятник представляет собой диск 6, жестко скрепленный с цилиндрическим валом 7. На вал намотаны нити 8, концы которых закреплены на кронштейне 2.

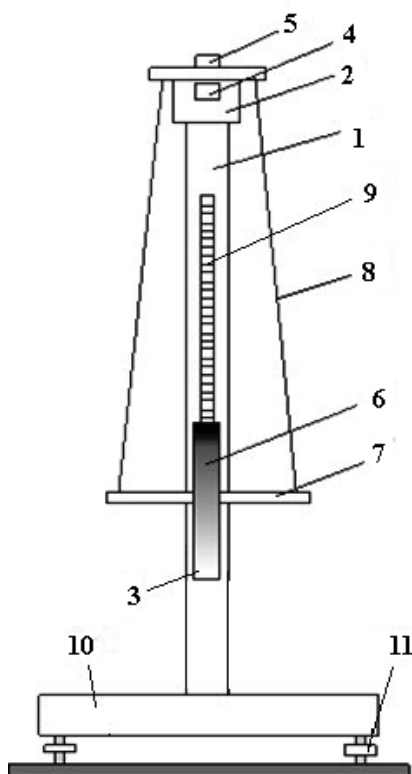


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

На диск 6 насаживаются съемные кольца 3, моменты инерции которых необходимо определить. Маятник фиксируется в верхнем положении электромагнитом или механическим устройством 4. На стойке 1 закреплена миллиметровая шкала 9, позволяющая определить расстояние, на которое опускается центр масс маятника Максвелла при его движении. Вертикальная стойка 1 закреплена на массивном основании 10, с регулируемыми опорами 11, с помощью которых обеспечивается вертикальное положение стойки 1.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов и запишите данные установки. Для проведения опытов необходимы следующие средства измерений: секундомер; линейка с миллиметровой шкалой.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами. В состав системы входят фотоэлектрический датчик перемещения и электронный секундомер, позволяющие производить отсчет времени прохождения маятником заданного расстояния. Описание автоматической системы запуска и измерения времени приводится в инструкции к установке.

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
Секундомер			
Линейка			

Данные установки:

радиус вала	$r =$,	$\Delta r =$;
масса маятника	$m =$,	$\Delta m =$;
масса кольца	$m_k =$,	$\Delta m_k =$;
внутренний радиус кольца	$R_1 =$,	$\Delta R_1 =$;
внешний радиус кольца	$R_2 =$,	$\Delta R_2 =$.

2. Наматывая нить на ось маятника (без кольца), зафиксируйте его с помощью устройства 4 в верхнем положении.

3. Отключите фиксатор 4, при этом одновременно включается секундомер. Маятник начнет совершать плоское движение.

4. При выполнении работы измеряются:

– расстояние h , проходимое центром масс маятника по вертикали между крайними верхним и нижним положениями;

– время τ движения маятника между его крайними положениями по вертикали; для повышения точности эксперимента опыты проводятся пять раз. Результаты измерений запишите в табл. 2. Порядок определения расстояния h и измерения времени τ приводится в указаниях на установке.

5. Наденьте на диск маятника съемное кольцо.

6. Повторите действия, описанные в п.2–4.

Измерение времени движения маятника

№	Маятник без кольца $h =$ м	Маятник с кольцом $h =$ м
	τ_1 , с	τ_2 , с
1		
...		
$\bar{\tau}$		

4. Обработка результатов измерений

1. Для каждой из серий измерений рассчитайте средние значения времени движения маятника.

2. По формуле (10) рассчитайте экспериментальные значения ускорения центра масс маятника, а по формуле (14) экспериментальное значение момента инерции съемного кольца.

3. По формуле (15) рассчитайте теоретическое значение момента инерции кольца относительно оси вращения. Сравните с результатом эксперимента.

4. Рассчитайте погрешности измерения времени движения маятника. Определите абсолютную погрешность экспериментального значения момента инерции кольца по формуле

$$\Delta I_{\text{зк}}^3 = \sqrt{\left(\frac{r^2 g [(m + m_k) \tau_2^2 - m \tau_1^2]}{2h} \right)^2 (\Delta h)^2 + \left(\frac{r^2 g m \tau_1}{h} \right)^2 (\Delta \tau_1)^2 + \left(\frac{r^2 g (m + m_k) \tau_2}{h} \right)^2 (\Delta \tau_2)^2}.$$

5. Рассчитайте абсолютную погрешность теоретического значения момента инерции кольца по формуле

$$\Delta I_{\text{зк}}^T = m_k \sqrt{R_1^2 (\Delta R_1)^2 + R_2^2 (\Delta R_2)^2}.$$

6. Запишите результаты измерений в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Какое движение твердого тела называется плоским?

2. Какая модель плоского движения маятника Максвелла рассматривается в данной задаче? Какими кинематическими величинами характеризуется плоское движение согласно этой модели?

3. Напишите уравнения динамики, описывающие движение маятника Максвелла.

4. Напишите основное уравнение динамики вращательного движения для маятника Максвелла относительно мгновенной оси вращения. Охарактеризуйте входящие в это уравнение величины.

5. Выведите формулу для расчета теоретического значения момента инерции маятника Максвелла относительно оси совпадающей с осью вала. Какие параметры установки необходимо для этого знать?

6. В каких точках траектории движения маятника происходит изменение направления вращения маятника?

7. Выведите выражение для ускорения центра масс маятника Максвелла.

8. Как определить среднюю силу натяжения нитей в момент рывка в нижней точке траектории маятника?

9. Опишите движение маятника. Объясните, почему маятник не поднимается на первоначальную высоту?

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 44–56.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006. С.106–111, 134–143, 151–155.

Лабораторная работа № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы – определение момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Крутильный маятник (рис. 1) представляет собой твердое тело 1 (диск, цилиндр, шар, параллелепипед), подвешенное на тонкой упругой проволоке (подвесе) 2 так, чтобы линия подвеса проходила через центр масс тела. При повороте тела относительно оси Z на угол φ в проволоке возникает крутящий момент, который стремится вернуть систему в исходное положение равновесия. Если тело отпустить, то оно начнет совершать крутильные колебания. Движение тела можно описать, используя основное уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось Z

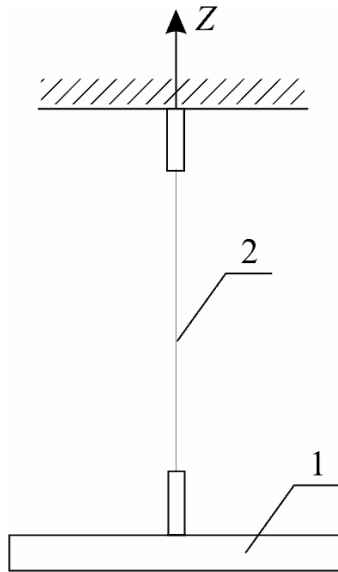


Рис. 1. Схема крутильного маятника

$$I_z \varepsilon_z = \sum_{i=1}^n M_{i(z)}, \quad (1)$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси подвеса; ε_z – угловое ускорение тела относительно оси z ; $\sum_{i=1}^n M_{i(z)}$ – алгебраическая сумма проекций моментов сил на ось Z .

Если допустить, что моментом сил сопротивления воздуха можно пренебречь, то движение будет определяться только моментом упругих сил, возникающих в проволоке при ее деформации кручения. При малых деформациях возникающий крутящий момент будет пропорционален углу скручивания проволоки, равному углу поворота φ тела относительно положения равновесия

$$M_{\text{упр}} = -k\varphi. \quad (2)$$

Знак минус в формуле (2) показывает, что момент упругих сил, возникающих в подвесе, направлен противоположно вектору углового перемещения, препятствует выводу системы из положения равновесия и всегда стремится вернуть ее в положение равновесия. Размерный коэффициент пропорциональности k называется модулем кручения.

Модуль кручения – постоянная для данной проволоки величина, определяется как механическими свойствами материала проволоки, так и ее геометрическими размерами.

$$k = G \frac{\pi d^4}{32l}, \quad (3)$$

где G – модуль сдвига (механическая характеристика материала проволоки); d – диаметр проволоки; l – длина проволоки.

С учетом (2), уравнение (1) может быть представлено в виде обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k\varphi = 0 \quad (4)$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (5)$$

где $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon_z$ – угловое ускорение тела относительно оси подвеса;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_z}}$ – собственная циклическая частота колебаний.

Решением уравнения (5) является функция

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \omega_0 t, \quad (6)$$

где φ_0 – максимальный угол отклонения системы от положения равновесия (амплитуда крутильных колебаний).

Колебания системы носят гармонический характер, при этом период колебаний определяется выражением

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{k}}. \quad (7)$$

Таким образом, методом крутильных колебаний можно определить момент инерции твердого тела относительно одной из осей, проходящей через его центр масс.

Из соотношения (7) следует, что, зная механические свойства материала проволоки и рассчитав модуль кручения k , а также измерив период колебаний T , можно найти момент инерции тела относительно оси подвеса.

Изучаемое тело 1 (рис. 2) помещается в рамку 2, которая закреплена на двух вертикальных соосных растяжках 3 и 4, выполненных из упругих тонких металлических проволок-растяжек одинаковых диаметров. Наличие двух проволок-растяжек исключает появление нежелательных дополнительных движений тела, связанных с внешними возмущениями системы.

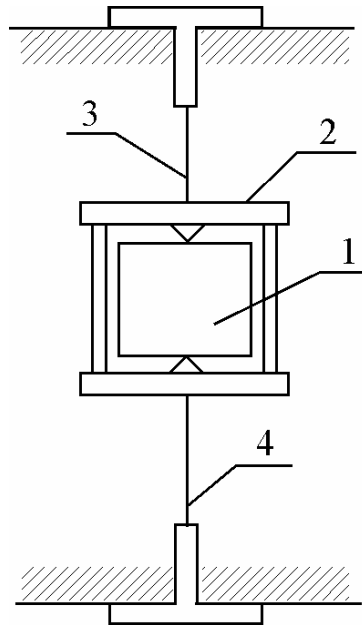


Рис. 2. Схема системы подвеса тела

Длины растяжек в общем случае разные, поэтому при выводе системы из положения равновесия на угол φ в проволоках возникают свои крутящие моменты

$$M_1 = -k_1\varphi \text{ и } M_2 = -k_2\varphi .$$

Тогда общий крутящий момент, действующий со стороны проволок на систему рамка-тело

$$M = M_1 + M_2 = -k\varphi ,$$

где $k = k_1 + k_2$.

Учитывая, что

$$k_1 = G \frac{\pi d^4}{32 l_1} \text{ и } k_2 = G \frac{\pi d^4}{32 l_2} ,$$

получаем

$$k = G \frac{\pi d^4}{32} \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right). \quad (8)$$

Так как рамка 2 также обладает моментом инерции, то для определения момента инерции изучаемого тела необходимо провести два опыта. Пусть I_0 – момент инерции пустой рамки относительно оси подвеса, а T_0 – период крутильных колебаний пустой рамки. Пусть также I_1 – момент инерции системы рамка-тело, а T_1 – период соответствующих колебаний. Тогда, используя соотношение (7) можно записать

$$I_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2} k \text{ и } I_1 = \frac{T_1^2}{4\pi^2} k.$$

Поскольку момент инерции системы относительно некоторой оси равен сумме моментов инерции отдельных частей системы относительно этой оси (свойство аддитивности для момента инерции), то

$$I_1 = I_0 + I_T, \quad (9)$$

где I_T – момент инерции изучаемого тела.

Отсюда

$$I_T = I_1 - I_0$$

или

$$I_{Tэ} = \frac{k}{4\pi^2} (T_1^2 - T_0^2), \quad (10)$$

где k рассчитывается по соотношению (8).

Таким образом, экспериментальная задача по определению момента инерции изучаемого тела сводится к измерению периодов колебаний пустой рамки и рамки с закрепленным в ней телом.

Изучаемое тело представляет собой однородный прямоугольный параллелепипед массой m и длинами ребер a , b и c (рис. 4).

Момент инерции такого параллелепипеда относительно оси, перпендикулярной грани со сторонами a и b и проходящей через его центр масс (см. рис. 4 а) рассчитывается по формуле

$$I_{zT} = \frac{m}{12} (a^2 + b^2). \quad (11)$$

Следовательно, можно сравнить экспериментальное значение момента инерции тела с его теоретическим значением относительно оси подвеса.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Установка (рис. 3) представляет собой жестко связанную с массивным основанием 1 вертикальную стойку 2, на которой крепятся верхний 3, средний 4 и нижний 5 кронштейны. Между кронштейнами 3 и 5 на тонких проволоках-растяжках 6 закреплена рамка 7. Исследуемое тело 8 фиксируется внутри рамки с помощью прижимной планки 9, зажимных гаек 10 и запорного винта 11. На среднем кронштейне 4 размещена шкала 12 и электромагнит 13, фиксирующий рамку при заданном начальном угле поворота системы относительно положения равновесия. Фиксация рамки в начальном положении производится включением тумблера 14.

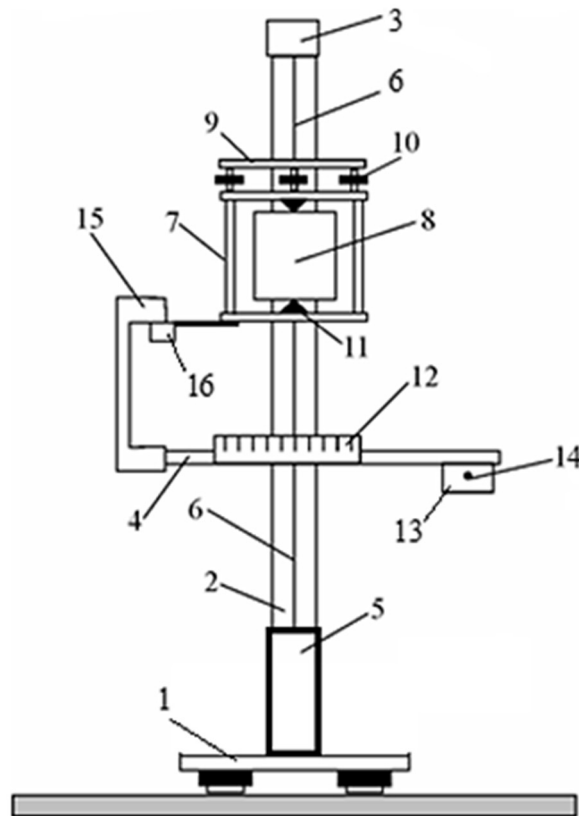


Рис. 3. Схема установки

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл.1 спецификации измерительных приборов. Запишите данные установки, которые приведены на лицевой панели. Запуск установки и измерение периода колебаний можно производить в «ручном» режиме, используя ручной секундомер.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами, в состав которой входят инфракрасный датчик перемещения и электронный секундомер, позволяющий производить отсчет времени заданного числа периодов N .

2. С помощью штангенциркуля измерьте длины ребер исследуемого параллелепипеда a , b и c . Измерения длины каждого ребра повторите три раза, меняя место измерения длины ребра. Результаты запишите в табл.2.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

Масса параллелепипеда	$m =$, $\Delta m =$;
Модуль сдвига материала нити	$G =$, $\Delta G =$;
Диаметр нити	$d =$, $\Delta d =$;
Длина нити над грузом	$l_1 =$, $\Delta l_1 =$;
Длина нити под грузом	$l_2 =$, $\Delta l_2 =$.

Таблица 2

Результаты измерений длины ребер параллелепипеда

№	a , мм	b , мм	c , мм
1			
2			
3			
Среднее			

Таблица 3

Результаты измерений времени десяти колебаний крутильного маятника

№	Ребра $a - c$	Ребра $a - b$	Ребра $b - c$	Пустая рамка
	τ_1 , с	τ_2 , с	τ_3 , с	τ_0 , с
1				
2				
3				
Среднее				

3. Закрепите исследуемый параллелепипед в рамке так, чтобы ребра a и b находились в плоскости, перпендикулярной оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс.

4. Измерьте время τ_1 десяти полных колебаний системы. Измерения повторите 3 раза. Результаты измерений занесите в табл. 3.

5. Закрепите параллелепипед в рамке так, чтобы ребра a и c находились в плоскости, перпендикулярной оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс. Прделайте три опыта по измерению времени τ_2 десяти полных колебаний параллелепипеда.

6. Закрепите параллелепипед в рамке так, чтобы ребра b и c находились в плоскости, перпендикулярной оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс. Проведите три опыта по измерению времени τ_2 десяти полных колебаний системы.

7. Снимите параллелепипед с рамки. Измерьте время τ_0 десяти полных колебаний пустой рамки. Прделайте опыт 3 раза. Результаты измерений пп. 4–7 занесите в табл. 3.

4. Обработка результатов измерений

1. Вычислите средние значения $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3$ и $\bar{\tau}_0$ и их абсолютные погрешности. Рассчитайте периоды колебаний по формуле $T_i = \frac{\bar{\tau}_i}{10}$.

2. Используя данные установки, по формуле (8) рассчитайте эффективное значение модуля кручения системы k .

3. По формуле (10) рассчитайте экспериментальные значения момента инерции параллелепипеда при различных его положениях относительно оси Z (см. рис. 4 $a, б$).

4. По формуле (11) рассчитайте теоретические значения момента инерции параллелепипеда для тех же его положений относительно оси Z , что и в п. 3.

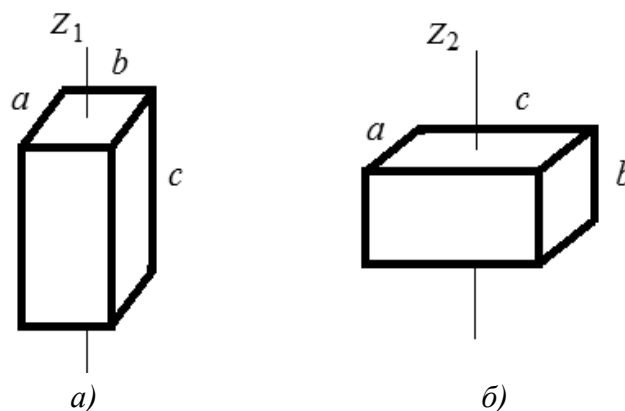


Рис. 4. Схемы расположения прямоугольного параллелепипеда относительно оси вращения

Примечание. Для положения параллелепипеда относительно оси Z_2 , изображенного на рис. 4 а, $I_{z_2T} = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$; для рис. 4 б, $I_{z_2T} = \frac{m}{12}(a^2 + c^2)$.

5. Рассчитайте абсолютную погрешность экспериментального значения момента инерции параллелепипеда при различных его положениях относительно оси Z по формуле:

$$\Delta I_{\text{Эаб}} = \frac{1}{4\pi^2 N^2} \sqrt{\left(\bar{\tau}^2 - \bar{\tau}_0^2\right)^2 (\Delta k)^2 + 4k^2 \left[\bar{\tau}^2 (\Delta \tau)^2 + \bar{\tau}_0^2 (\Delta \tau_0)^2 \right]}.$$

6. Рассчитайте погрешность ΔI_T теоретического значения момента инерции, выбрав соответствующую формулу:

$$\Delta I_{T1} = \frac{m}{6} \sqrt{a^2 (\Delta a)^2 + b^2 (\Delta b)^2},$$

$$\Delta I_{T2} = \frac{m}{6} \sqrt{a^2 (\Delta a)^2 + c^2 (\Delta c)^2},$$

$$\Delta I_{T3} = \frac{m}{6} \sqrt{b^2 (\Delta b)^2 + c^2 (\Delta c)^2}.$$

7. Запишите результаты измерений с учетом погрешности в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Опишите содержание метода крутильных колебаний для измерения момента инерции твердого тела. Какие измерения необходимо выполнить в работе?

2. Являются ли крутильные колебания твердого тела гармоническими колебаниями? Ответ обоснуйте.

3. Дайте определение момента инерции тела относительно оси.

4. Почему при изменении оси вращения исследуемого параллелепипеда меняется период его крутильных колебаний?

5. Каким образом в работе учитывается момент инерции рамки, в которой закрепляется параллелепипед?

6. От каких характеристик зависит момент инерции твердого тела?

7. Выполните вывод формулы для экспериментального определения момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.

8. Назовите источники погрешности при определении момента инерции твердого тела методом крутильных колебаний.

9. Выведете формулу для расчета погрешности экспериментального значения момента инерции изучаемого тела.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 50–56; 65–69.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: Учебное пособие. В 3-х тт. Т.1. Механика. Молекулярная физика. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань». 2006 г. С. 134–144; 190–195.

Лабораторная работа № 10

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы – определение ускорения свободного падения с помощью обратного физического маятника.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Физическим маятником называется твердое тело, которое может совершать колебания относительно неподвижной горизонтальной оси. Рассмотрим тело массой m (рис. 1), подвешенное на горизонтальной оси, проходящей через точку O (точка подвеса). Если повернуть тело на угол φ от положения равновесия, то сила тяжести создаст вращающий момент, проекция которого на ось Z , совпадающей с осью вращения, будет выражаться соотношением

$$M_z(mg) = -mgl \sin \varphi, \quad (1)$$

где l – расстояние от точки подвеса (точка O) до положения центра масс тела (точка C). Знак «минус» в выражении (1) показывает, что возникший вращающий момент направлен противоположно угловому перемещению тела и стремится вернуть систему к положению равновесия.

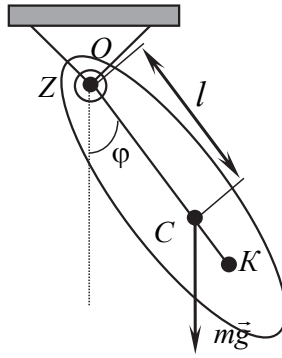


Рис. 1. Физический маятник

Движение физического маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O , описывается основным уравнением динамики вращательного движения

$$I_z \varepsilon_z = M_z(mg),$$

которое с учетом (1) принимает вид

$$I_z \varepsilon_z = -mgl \sin \varphi, \quad (2)$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси Z , ε_z – угловое ускорение в данный момент времени.

Поскольку $\varepsilon_z = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ и при малых углах $\sin \varphi \approx \varphi$, то можно записать

$$I_z \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - mgl \varphi = 0$$

или в стандартной форме

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (3)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I_z}.$$

Уравнение (3) является дифференциальным уравнением собственных колебаний физического маятника. Решением уравнения (3) является гармоническая функция

$$\varphi(t) = \varphi_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (4)$$

где φ_m – амплитуда колебаний; $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I_z}}$ – собственная частота незатухающих колебаний; α – начальная фаза колебаний.

Поскольку период колебаний связан с циклической частотой ω_0 соотношением

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0},$$

то для периода колебаний физического маятника получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{mgl}}. \quad (5)$$

Математический маятник можно рассматривать как частный случай физического маятника, у которого вся масса сосредоточена фактически в точке и подвешена на достаточно длинной нити. Момент инерции материальной точки относительно оси определяется выражением

$$I_z = ml^2. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получаем выражение для периода колебаний математического маятника T_M

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (7)$$

где l – длина математического маятника.

Приведенной длиной физического маятника $l_{пр}$ называют длину такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний физического маятника. Из равенства периодов колебаний (5) и (7) получаем

$$l_{пр} = \frac{I_z}{ml}, \quad (8)$$

где I_z – момент инерции физического маятника относительно оси подвеса, m – масса маятника, l – расстояние от точки подвеса до центра масс физического маятника.

Используемый в данной работе физический маятник представляет собой стальной стержень (рис. 2), на котором закрепляются опорные стальные призмы (A_1, A_2) и стальные грузы (B_1, B_2). Такой маятник называется оборотным, поскольку может совершать колебания, опираясь на опору как призмой A_1 (в прямом положении), так и призмой A_2 (в перевернутом положении).

На рисунке 2 обозначены: L – расстояние между ребрами опорных призм, l_1 и l_2 – расстояния от ребер соответствующих призм (точек подвеса) до центра масс системы (точка C).

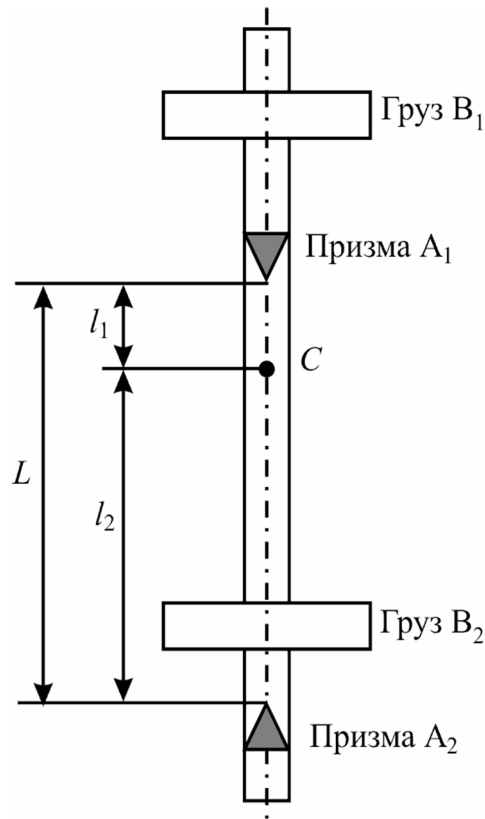


Рис. 2. Обратный маятник

Маятник, подвешенный на опоре A_1 будет совершать колебания с периодом

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{z_1}}{mgl_1}}, \quad (9)$$

а подвешенный на опоре A_2 – с периодом

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{z_2}}{mgl_2}}. \quad (10)$$

Оборотный маятник позволяет провести определение ускорения свободного падения. Перемещением одной из опорных призм маятника (например, A_1) находят такое расположение призм, при котором периоды колебаний маятника, подвешенного как на призме A_1 , так и на призме A_2 , оказываются равными

$$T_1 = T_2 = T_0. \quad (11)$$

Из (9) и (10) следует, что

$$\frac{I_{z_1}}{l_1} = \frac{I_{z_2}}{l_2}.$$

Используя теорему Гюйгенса-Штейнера

$$\frac{I_c + ml_1^2}{l_1} = \frac{I_c + ml_2^2}{l_2},$$

получаем

$$I_c = ml_1l_2. \quad (12)$$

Тогда период колебаний маятника T_0 оказывается равным

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}. \quad (13)$$

Как следует из (13) и (7), при найденном положении призмы A_1 (когда $T_1 = T_2 = T_0$) расстояние между опорными призмами $L = l_1 + l_2$ оказывается равным приведенной длине физического маятника $l_{пр}$. Точка K (рис. 1), лежащая на линии, соединяющей точку подвеса O с центром масс C на расстоянии $l_{пр}$ от точки подвеса O , называется центром качания. Точка подвеса и точка качания обладают свойством взаимности: если маятник подвесить так, чтобы ось подвеса прошла через точку K , то точка O окажется центром качания, а период колебаний маятника останется прежним.

Ускорение свободного падения определяется из (13):

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T_0^2}, \quad (14)$$

где T_0 определяется по результатам графической обработки экспериментальных данных; L – расстояние между опорными призмами, которое в случае $T_1 = T_2 = T_0$ оказывается равным $l_{пр}$.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3. На вертикальной стойке 1 закреплен кронштейн 2, с опорой, на которую подвешивается маятник. Физический обратный маятник представляет собой стальной стержень 3 с двумя грузами 4. Маятник подвешивается на опору с помощью опорных призм 5. Грузы и опорные призмы можно перемещать и фиксировать по всей длине стержня. Стержень имеет проточки, нанесенные с шагом 10 мм. Толщина грузов 20 мм, высота призм – 30 мм. Винты фиксации грузов находятся строго посередине, что облегчает определение их положения на стержне.

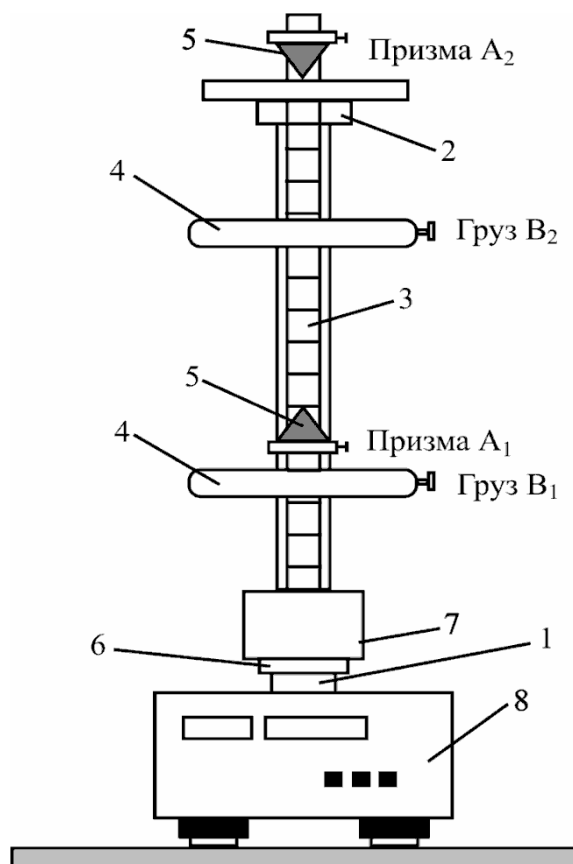


Рис. 3. Схема установки

На нижнем кронштейне 6 смонтирован фотоэлектрический датчик 7 для измерения времени и числа периодов колебаний с помощью цифрового секундомера 8.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Предел измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

2. Аккуратно установите маятник на стойку таким образом, чтобы он опирался на опору призмой A_2 .

3. Отклоните маятник от вертикали на угол $4-5^\circ$ и измерьте время 10 полных колебаний маятника при его качании на призме A_2 . Результаты экспериментов запишите табл. 2.

4. Повторите п.3 четыре раза.

5. Аккуратно снимите маятник с опоры и измерьте расстояние L между опорными призмами с помощью проточек на стержне маятника. Установите маятник на стойку таким образом, чтобы он опирался на опору призмой A_1 .

6. Отклоните маятник от вертикали на угол $4-5^\circ$ и измерьте время 10 полных колебаний маятника при его качании на призме A_1 . Результаты измерений запишите табл. 2.

7. Повторите п.6 четыре раза.

8. Аккуратно снимите маятник с опоры и переместите призму A_1 на 1 см вдоль стержня. Закрепив призму в новом положении, измерьте время 10 полных колебаний маятника при его качании на призме A_1 пять раз. Результаты измерений запишите табл. 2.

9. Перемещая призму A_1 вдоль стержня на 1 см, заполните табл. 2.

Таблица 2

Измерение времени 10 колебаний маятника

№ опыта	Призма A_2	Призма A_1				
		$L_1 =$, м	$L_2 =$, м	$L_3 =$, м	$L_4 =$, м	$L_5 =$, м
	τ_2 , с	τ_1 , с				
1						
2						
3						
4						
5						
$\tau_{\text{ср}}$						

Обработка результатов измерений

1. По данным табл.1 рассчитайте средние значения времени 10 колебаний маятника τ_1 для каждого значения расстояния между призмами.

2. Постройте график зависимости периода колебаний маятника T_1 от расстояния L между призмами.

3. По данным табл.1 рассчитайте среднее значение периода колебаний маятника T_2 .

4. Определите по графику приведенную длину маятника $l_{пр}$ (найдя значение L , при котором $T_1 = T_2 = T_0$).

5. Рассчитайте значение ускорения свободного падения по формуле (14).

6. Используя данные табл. 2, рассчитайте относительную погрешность периода δ_{T_2} .

7. Определите по построенному графику относительную погрешность приведенной длины δ_L .

8. Рассчитайте относительную погрешность определения ускорения свободного падения по формуле

$$\delta_g = \sqrt{4\delta_{T_2}^2 + \delta_{l_{пр}}^2}.$$

9. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте определения физического и математического маятников.

2. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения для физического маятника и объясните смысл входящих в него величин.

3. Запишите дифференциальное уравнение малых колебаний маятника.

4. Выведите формулу периода колебаний физического маятника.

5. Сформулируйте определение приведенной длины физического маятника.

6. Какой физический маятник называют оборотным? Что такое «центр качаний физического маятника»?

7. Дайте определение понятию «математический маятник» как частному случаю физического маятника. Выведите формулу для периода колебаний математического маятника.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 50–56; 65–69.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 181–197.

Лабораторная работа № 11

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Цель работы – экспериментальное определение коэффициента затухания, коэффициента сопротивления среды и потерь энергии за один период.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

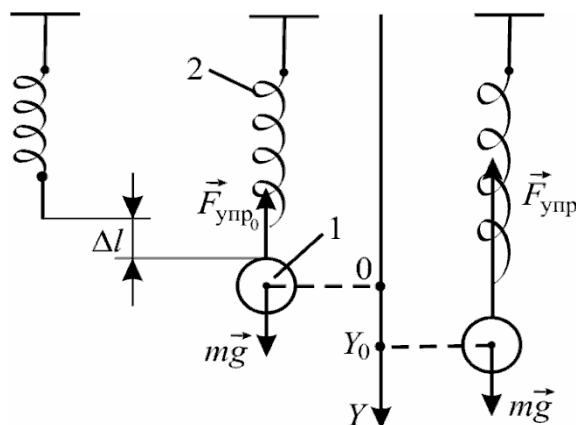


Рис. 1. Схема пружинного маятника

Пружинный маятник (рис. 1) представляет собой небольшое тело 1 массой m , подвешенное на невесомой пружине 2, жесткостью K . В положении равновесия (точка 0 на оси Y) сила тяжести груза компенсируется силой упругости $F_{\text{упр}}$, возникающей в пружине при ее растяжении на Δl . При смещении тела вдоль оси Y от положения равновесия в пружине возникает дополнительная упругая сила, которая стремится вернуть систему в состояние равновесия. При малых смещениях возвращающая сила $F_{\text{возвр.}} = -ky$. Если при этом систему предоставить самой себе, то она придет в состояние колебательного движения.

На основе II закона Ньютона можно получить дифференциальное уравнение собственных незатухающих колебаний, описывающее это движение и имеющее вид

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0, \quad (1)$$

где y – отклонение маятника от положения равновесия, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – собственная циклическая частота колебаний.

Период собственных незатухающих колебаний определяется выражением

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (2)$$

Решением уравнения (1) является функция

$$y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (3)$$

где y_0 – максимальное отклонение тела от положения равновесия – амплитуда колебаний; α – начальная фаза колебаний.

Такое движение возможно при отсутствии сил трения и сопротивления движению груза. При этом механическая энергия системы остается постоянной во времени, и происходит лишь переход потенциальной энергии системы в кинетическую энергию и наоборот.

Если колеблющееся тело 2 помещено в вязкую среду, то при движении маятника помимо силы упругости будет действовать также сила сопротивления движению (вязкого трения) F_c , направленная против скорости тела. При малых скоростях эта сила пропорциональна скорости

$$F_c = -rv, \quad (4)$$

где r – коэффициент сопротивления, v – скорость тела относительно среды.

Коэффициент сопротивления зависит от вязкости жидкости и геометрического фактора колеблющегося тела (его формы и размеров). В этом случае в соответствии с II законом Ньютона можно записать

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky - rv.$$

Поскольку $v = \frac{dy}{dt}$, то

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 0$$

или в стандартной форме

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0, \quad (5)$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – собственная циклическая частота свободных колебаний системы в отсутствие сопротивления среды.

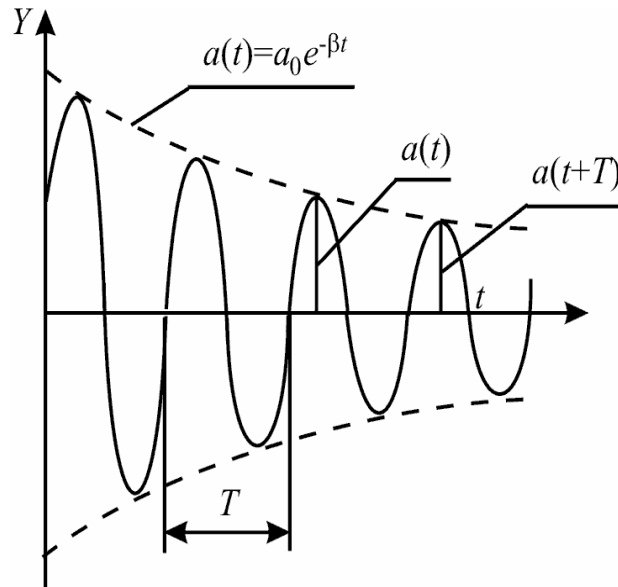


Рис. 2. График затухающих колебаний

При малом значении коэффициента затухания ($\beta < \omega_0$) решение уравнения (5) имеет вид

$$y(t) = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

где $(\omega t + \alpha)$ называется фазой колебаний, α – начальная фаза колебаний, ω – циклическая частота затухающих колебаний.

Движение системы, в соответствии с (6) можно условно рассматривать как колебательное движение (рис. 2) с постоянной частотой ω , которая связана с частотой собственных колебаний ω_0 соотношением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (7)$$

Тогда период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (8)$$

Величина $a(t) = a_0 e^{-\beta t}$ называется амплитудой затухающих колебаний, которая уменьшается с течением времени. Чем больше коэффициент затухания, тем быстрее уменьшается амплитуда (рис. 2).

При изучении затухающих колебаний пользуются понятием логарифмического декремента колебаний, который, согласно определению, равен натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд

$$\delta = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)}. \quad (9)$$

В опытах логарифмический декремент удобно определять по формуле

$$\delta = \frac{1}{N} \ln \frac{a(t)}{a(t + NT)} \quad (10)$$

где $a(t)$ – амплитуда в некоторый момент времени t ; $a(t + NT)$ – амплитуда через N полных периодов.

Анализ уравнения (6) дает непосредственную связь между логарифмическим декрементом колебаний, коэффициентом затухания и периодом колебаний

$$\delta = \beta T. \quad (11)$$

Таким образом, измерив в опыте δ и период колебаний T , можно рассчитать значение коэффициента затухания β , а, следовательно, и коэффициент сопротивления r .

В процессе затухающих колебаний механическая энергия системы уменьшается. Поскольку механическая энергия колеблющейся системы пропорциональна квадрату амплитуды, то энергия в некоторый момент времени t связана с начальной энергией соотношением

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t}. \quad (12)$$

Тогда при малых коэффициентах затухания β относительное изменение механической энергии системы за один период определяется выражением

$$\frac{\Delta W}{W} = -2\beta T = -2\delta. \quad (13)$$

Знак «минус» показывает, что механическая энергия системы уменьшается. Следовательно, измерив в опытах логарифмический декремент колебаний, можно рассчитать относительное изменение механической энергии за один период.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3. На массивном основании 1 расположена вертикальная стойка 2, на которой закреплен верхний кронштейн с пружиной 3. С нижним концом пружины жестко связан шток 5, на котором могут закрепляться сменные грузы 6 различной формы и массы. Груз 6 помещается в стеклянный цилиндр 7 с жидкостью 8, обладающей достаточной вязкостью. Линейка 4 с миллиметровой шкалой предназначена для определения амплитуды колебаний по крайним положениям флажка 9 относительно шкалы. Установка стойки 2 в вертикальное положение выполняется по отвесу 10 с помощью регулировочных винтов на опорах массивного основания 1.

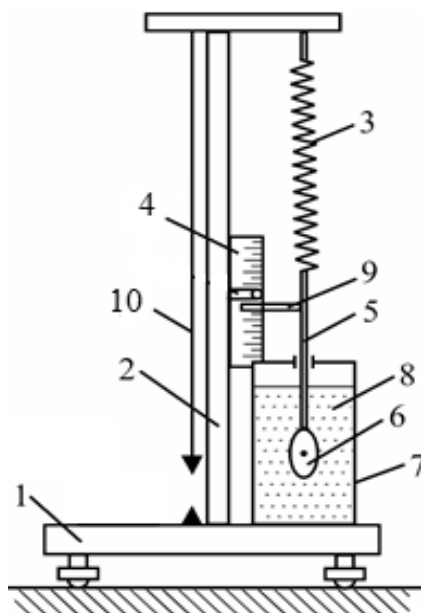


Рис. 3. Схема установки

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Для проведения опытов необходимы следующие средства измерений:

- секундомер с разрешением не хуже 0,2 с;
- линейка с миллиметровой шкалой для измерения амплитуды колебаний.

В зависимости от конструкции установки возможно использование автоматической системы запуска и измерения времени электронными средствами. В состав системы входят инфракрасный датчик перемещения и электронный секундомер, позволяющие производить отсчет времени заданного числа периодов N .

2. Закрепите на конце штока 5 груз (металлический шар известной массы), поместите систему в стеклянный цилиндр с жидкостью.

3. С помощью штока 5 сместите груз вертикально вниз; по положению флажка 9 на миллиметровой шкале произведите отсчет начального отклонения груза $a_0(0)$ от положения равновесия. Результат измерений внесите в табл.2.

4. Включите секундомер и освободите маятник.

5. По истечении установленного числа N колебаний произведите отсчет амплитуды последнего колебания $a(N)$. Результат запишите в табл.2.

6. Измерьте секундомером время τ числа N полных колебаний. Результат измерений занесите в табл. 2.

7. Для повышения точности измерений п. 3–5 повторите не менее трех раз.

8. Опыты, описанные в п. 2–6 повторите для груза другой формы (например, эллипсоид), но той же массы. Результат измерений занесите в табл. 3.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

масса груза (металлический шар) $m_1 =$ г, $\Delta m_1 =$ г;
 масса груза (металлический эллипсоид) $m_2 =$ г, $\Delta m_2 =$ г.

Таблица 2

Результаты измерений

№	N	$a_0(0)$, мм	$a(N)$, мм	τ , с
Форма груза – шар				
1				
2				
3				
4				
5				

Таблица 3

Результаты измерений

№	N	$a_0(0)$, мм	$a(N)$, мм	τ , с
Форма груза – эллипсоид				
1				
2				
3				
4				
5				

4. Обработка результатов измерений

1. По измеренному времени N полных колебаний рассчитайте период колебаний по формуле:

$$T = \frac{\bar{\tau}}{N},$$

где $\bar{\tau}$ – среднее время N полных колебаний для каждой из серий.

2. По формулам (10), (11) рассчитайте значения логарифмического декремента δ и коэффициента затухания β .

3. Рассчитайте абсолютную погрешность определения логарифмического декремента колебаний:

$$\Delta\delta = \frac{1}{N} \sqrt{\left(\frac{\Delta a_0}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a(N)}{a(N)}\right)^2}. \quad (14)$$

4. Рассчитайте относительную погрешность определения коэффициента затухания β для каждой из серий измерений:

$$\Delta\beta = \bar{\beta} \sqrt{\left(\frac{\Delta\delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2}. \quad (15)$$

5. Рассчитайте значения коэффициентов сопротивления по формуле:

$$r_i = 2\beta m_i.$$

6. Оцените абсолютную погрешность экспериментального определения коэффициентов сопротивления:

$$\Delta r_i = \bar{r}_i \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta_i}{\beta_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_i}{m_i}\right)^2} \cong \bar{r}_i \frac{\Delta\beta_i}{\beta_i}.$$

7. Определите относительную величину потери механической энергии пружинного маятника за один период.

8. Сравните результаты опытов для грузов различной формы.

Контрольные вопросы и задания

1. Выведите дифференциальное уравнение затухающих колебаний.
2. Какова связь между циклической частотой затухающих колебаний и циклической частотой собственных незатухающих колебаний?
3. Какие характеристики затухающих колебаний определялись в работе?
4. Дайте определение понятию «логарифмический декремент колебаний». Опишите методику экспериментального определения значения

логарифмического декремента механических колебаний. Нарисуйте схему установки.

5. От каких параметров зависит амплитуда затухающих механических колебаний? Как измерялась амплитуда колебаний груза в работе?

6. По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний?

7. От чего зависит коэффициент сопротивления жидкости? Как определялось значение коэффициента сопротивления жидкости в работе?

8. В какие виды энергии переходит механическая энергия пружинного маятника при колебании груза в жидкости? Как определить относительную величину потери механической энергии за один период?

9. Оцените погрешность определения значения логарифмического декремента механических колебаний.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 71–75.

2. Варава, А.Н. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Погрешности измерения физических величин: практикум / А.Н. Варава, А.В. Захаренков, В.В. Манухин и др. – М.: Издательство МЭИ, 2018.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 181–185, 204–209, 258–261.

Лабораторная работа № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Цель работы – экспериментальное определение удельной теплоемкости воздуха методом протока.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Теплоемкостью тела (или массовой теплоемкостью) называется отношение бесконечно малого количества теплоты δQ , полученного телом, к соответствующему приращению dT его температуры

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1)$$

Теплоемкость численно равна количеству теплоты, которое необходимо подвести к данной массе вещества, чтобы изменить его температуру на один Кельвин.

Теплоемкость, отнесенная к единице массы вещества, называется удельной теплоемкостью

$$c_{уд} = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (2)$$

где m – масса вещества.

В термодинамике удобно пользоваться теплоемкостью одного моля вещества C_μ (молярная теплоемкость). Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением

$$C_\mu = c_{уд} \cdot \mu, \quad (3)$$

где μ – масса одного моля вещества (молярная масса).

Теплоемкость не является функцией состояния вещества. Она зависит от вида термодинамического процесса, совершаемого газом. Если процесс происходит при постоянном объеме, то говорят о теплоемкости при постоянном объеме C_V . Если процесс происходит при постоянном давлении, то соответствующую теплоемкость называют теплоемкостью при постоянном давлении C_p .

Рассчитаем молярную теплоемкость идеального газа в изобарном процессе.

Согласно первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + A, \quad (4)$$

где Q – количество теплоты, подведенное к системе; ΔU – изменение внутренней энергии системы; A – работа, совершенная системой над внешними телами.

Для одного моля вещества (газа) в изобарном процессе

$$Q_p = C_p \Delta T. \quad (5)$$

Изменение внутренней энергии для любого процесса связано с изменением температуры газа ΔT и для одного моля определяется выражением

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \Delta T, \quad (6)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; R – универсальная газовая постоянная.

Работу газа в изобарном процессе также можно выразить через изменение температуры, и для одного моля газа она равна

$$A = R \Delta T. \quad (7)$$

Подставляя (5), (6) и (7) в уравнение (4), получаем

$$C_p \Delta T = \frac{i}{2} R \Delta T + R \Delta T,$$

$$C_p = \frac{i}{2} R + R.$$

Тогда, молярная теплоемкость газа в процессе при постоянном давлении оказывается равной

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R. \quad (8)$$

Используя соотношение (3) можно рассчитать удельную теплоемкость газа при постоянном давлении

$$c_p = \frac{C_p}{\mu}. \quad (9)$$

Воздух, являющийся исследуемым веществом, представляет собой смесь газов. Поэтому в данном случае мы говорим об эффективной молярной массе, которая для воздуха равна $\mu_{\text{эфф}} = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Считая, что

основными компонентами смеси являются двухатомные газы кислород и азот, можем положить $i = 5$. Тогда теоретическое значение молярной теплоемкости воздуха при постоянном давлении

$$C_p = \frac{7}{2} R = 29,1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

а соответствующая удельная теплоемкость

$$c_p = \frac{C_p}{\mu_{\text{эфф}}} = 1003 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Удельную теплоемкость воздуха при постоянном давлении c_p можно экспериментально определить, используя метод протока.

Пусть через трубку 1 (рис. 1) течет газ (или жидкость), и при этом внутри трубки к газу подводится тепло Q . Тогда газ при течении через трубку будет нагреваться, и его температура на выходе $T_{\text{вых}}$ окажется больше, чем на входе $T_{\text{вх}}$. Так как канал имеет небольшую длину и достаточно большое сечение, то течение обеспечивается малым перепадом

давления газа между входом в трубку и выходом из нее $\Delta p = p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}}$. Этот перепад давления намного меньше абсолютного значения давления в системе и поэтому можно считать, что течение и нагрев газа происходят при постоянном давлении.

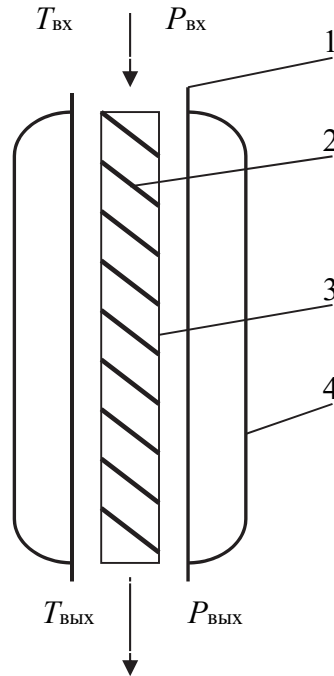


Рис. 1. Схема метода

Тогда для массы m газа, прошедшей через поперечное сечение канала за время τ , можно записать:

$$Q = c_p m \Delta T, \quad (10)$$

где c_p – удельная теплоемкость исследуемого газа при постоянном давлении.

Разделив левую и правую часть этого соотношения на время τ , получаем:

$$N = c_p G \Delta T, \quad (11)$$

где $N = \frac{Q}{\tau}$ – тепловая мощность, поступающая к газу от нагревателя;

$G = \frac{m}{\tau}$ – массовый расход газа (масса газа, проходящая через поперечное сечение канала за одну секунду); $\Delta T = (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}})$ – разность температур газа на выходе из трубки и входе в нее.

В данной работе нагрев газа осуществляется электрическим током, проходящим по нихромовой проволоке 2 (рис. 1), намотанной на керамический стержень 3. Если систему поместить в теплонепроницаемую (адиабатную) оболочку 4, то электрическая мощность, выделяемая в проволоке, пойдет только на нагрев газа. Тогда удельная теплоемкость газа может быть рассчитана по формуле

$$c_p = \frac{N}{G\Delta T},$$

где значения N , G и ΔT определяются экспериментально.

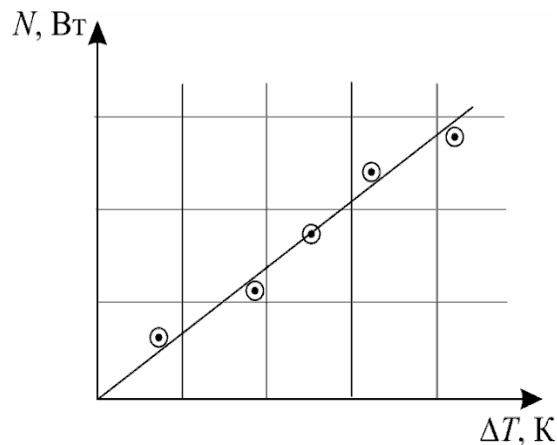


Рис. 2 Линейная аппроксимация зависимости $N = f(\Delta T)$ по экспериментальным данным

Для повышения точности измерений необходимо один и тот же режим повторить несколько раз. Однако в подобных экспериментах, когда одновременно строго устанавливаются и поддерживаются несколько режимных параметров, такое повторение оказывается затруднительным. Поэтому будем проводить опыты при существенно различных подводимых к системе мощностях N , выдерживая постоянным расход G , что не представляет сложностей. Тогда при различных мощностях газ будет нагреваться на разные ΔT . Поскольку воздух в условиях опыта можно считать идеальным газом, теплоемкость c_p которого не зависит от температуры, а расход G поддерживается постоянным, то в соответствии с (11), N и ΔT прямо пропорциональны. Следовательно, построив график зависимости $N = f(\Delta T)$, мы вправе использовать линейную аппроксимацию этой зависимости (рис. 2), проводя по экспериментальным точкам усредняющую прямую, проходящую через начало координат. При этом коэффициент пропорциональности K между N и ΔT численно равен произведению $c_p \cdot G$.

Коэффициент K этой аппроксимации можно легко определить графически по соотношению

$$K = \frac{\Delta N}{\Delta(\Delta T)}. \quad (12)$$

Тогда удельная теплоемкость газа рассчитывается по формуле

$$c_p = \frac{K}{G}. \quad (13)$$

2. Описание схемы экспериментальной установки

Экспериментальный стенд выполнен в виде стандартного модуля, внутри которого смонтирована установка, а на лицевой панели – измерительные приборы, элементы системы включения и управления.

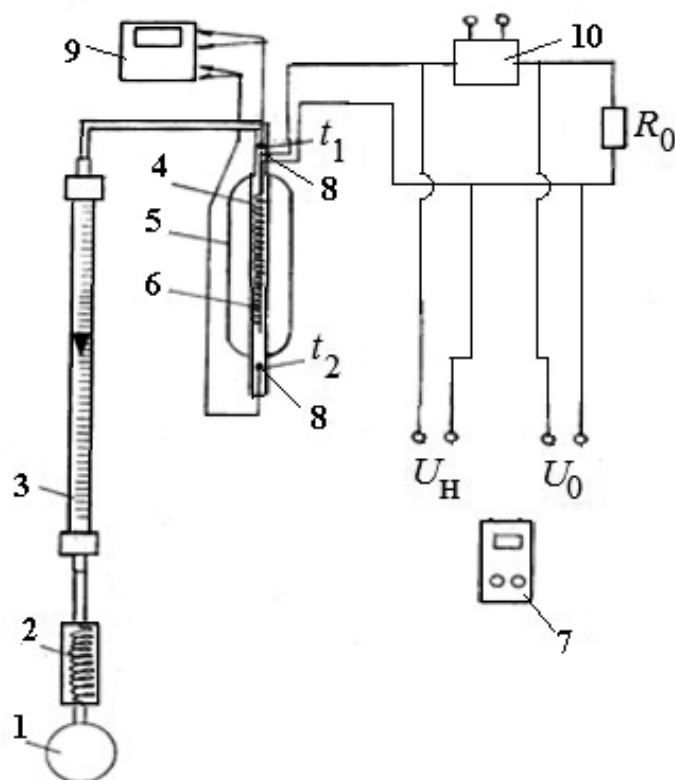


Рис. 3. Схема установки

Схема установки представлена на рис. 3. Воздух прокачивается с помощью компрессора 1 через холодильник 2 и ротаметр 3 в проточный калориметр, состоящий из внутренней трубки 4, заключённой в вакуумированную оболочку 5. В трубке 4 находится нихромовый нагреватель 6, к которому последовательно подключено образцовое сопротивление $R_0 = 0,1$ Ом. Протекая через трубку 4, воздух нагревается. Нагреватель 6

питается от источника постоянного тока 10. Напряжение на нагревателе U_H и напряжение на образцовом сопротивлении U_0 измеряется с помощью мультиметра 7. Объёмный расход воздуха G_V измеряется поплавковым расходомером (ротаметром) 3, измерения с которого снимаются в делениях, а затем пересчитываются на массовый расход с помощью формул, представленных на установке в соответствии с паспортными данными прибора. Наличие адиабатной оболочки 5 позволяет считать, что практически вся мощность, выделяемая в нагревателе, идет на нагрев прокачиваемого через трубку газа.

Включение нагревателя 6 и регулировка мощности осуществляется источником питания постоянного тока 10, установленного на лицевой панели модуля. При этом электрическая мощность равна

$$N = U_H \cdot I_H, \quad (14)$$

где U_H – напряжение, подводимое к нагревателю, I_H – сила тока через нихромовую проволоку нагревателя.

Сила тока через нагреватель определяется по падению напряжения на образцовом сопротивлении R_0 и рассчитывается по формуле

$$I_H = \frac{U_0}{R_0}, \quad (15)$$

где U_0 – падение напряжения на образцовом сопротивлении R_0 .

Напряжение U_0 также измеряется с помощью мультиметра 7 при переключении тумблера, установленного на лицевой панели в положение U_0 .

Температуры воздуха на входе $T_{вх}$ и выходе $T_{вых}$ из трубки измеряются с помощью термоэлектрических датчиков 8 (хромель-копелевые термопары), электрический сигнал от которых преобразуется и высвечивается на дисплее измерителя температуры 9 в градусах Цельсия. Измеритель 9 также установлен на лицевой панели модуля.

В предположении, что вся электрическая мощность идет на нагрев газа, и исходя из соотношений (11) и (14), можно записать

$$U_H I_H = c_p G \Delta T, \quad (16)$$

где U_H , I_H , G и ΔT – измеряемые в опытах величины.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Запишите в протокол данные установки, а также необходимые параметры и соотношения для расчета массового расхода воздуха.

2. В соответствии с указаниями на установке поверните ручки регулятора напряжения источника питания против часовой стрелки до упора. Установите переключатель режима измерения в положение « U_H ».

3. Включите электропитание установки и приборов. Включите измеритель температуры. Включите компрессор, обеспечив расход воздуха через трубку.

4. С помощью источника питания установите напряжение на нагревателе U_H , согласно инструкции на установке.

5. При достижении стационарного режима (рекомендуемое время – 10 мин. после включения нагревателя и задания U_H) измерьте значения напряжения на нагревателе U_H , на образцовом сопротивлении U_0 , а также показания расходомера в делениях. Во всех опытах расход воздуха не изменяется. Запишите показания температуры на входе в трубку $T_{вх}$ и выходе из трубки $T_{вых}$. Критерием выхода на стационарный режим является постоянство во времени значений $T_{вых}$ и U_0 . Результаты всех измерений запишите в табл. 2.

6. Повторите действия, описанные в пункте 5, последовательно увеличивая значения U_H , как указано в инструкции на установке. Результаты измерений запишите в табл. 2.

7. Выключите установку согласно инструкции.

Примечание: Подробная инструкция по выполнению работы указана на установке.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

образцовое сопротивление $R_0 =$ Ом;

расчет массового расхода газа по показаниям расходомера $G_{дел}$ проводится по формуле, представленной на лабораторном модуле $G =$;

температура в лаборатории $t_0 =$ °С;

давление воздуха в лаборатории $p_0 =$ Па;

плотность воздуха при данной температуре равна $\rho_v =$.

Таблица результатов измерений

№ п/п	U_n , В	U_0 , мВ	$G_{\text{дел}}$	G , кг/с	I_n , А	$T_{\text{вх}}$, °С	$T_{\text{вых}}$, °С	N , Вт	ΔT , К
1									
2									
3									
4									
5									

4. Обработка результатов измерений

1. Для каждого из режимов по формуле (15) рассчитайте значения силы тока через нагреватель I_n , а затем по формуле (14) – значения выделяемой нагревателем мощности N . Результаты занесите в табл. 2.

2. По формуле, представленной в данных установки, рассчитайте расход воздуха в СИ (кг/с). Поскольку в процессе эксперимента расход воздуха специально не меняется, то он должен оставаться примерно одинаковым для всех серий измерений.

3. Для каждого из режимов рассчитайте перепад температур воздуха на рабочей длине трубки $\Delta T = T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}$. Результаты занесите в табл. 2.

4. В координатах N и ΔT нанесите экспериментальные точки, соответствующие каждому из режимов. Используя линейную аппроксимацию, постройте график зависимости $N = f(\Delta T)$ (при этом размерность мощности N – в ваттах).

5. Рассчитайте коэффициент пропорциональности K между N и ΔT по соотношению (12).

6. По формуле (13) рассчитайте значение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении c_p .

7. Рассчитайте абсолютную погрешность измерения удельной теплоемкости воздуха по формуле

$$\Delta c_p = c_p \sqrt{\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2}.$$

Для оценки погрешности коэффициента пропорциональности K (тангенс угла наклона прямой) можно ограничиться графической обработкой опытных данных и, при этом, (ΔN) и $\Delta(\Delta T)$ определить непосредственно из графика $N = f(\Delta T)$ по разбросу экспериментальных точек.

Абсолютная погрешность массового расхода рассчитывается в соответствии с формулой, указанной на установке (погрешность косвенных измерений).

8. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

9. Сравните значение удельной теплоемкости воздуха c_p , полученное экспериментально, с теоретическим значением, рассчитанным по формулам (8) и (9). Сделайте выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определения теплоемкости вещества, удельной и молярной теплоемкости. Какова связь между удельной и молярной теплоемкостями?

2. Как Вы понимаете утверждение, что теплоемкость газа есть функция процесса?

3. Запишите первое начало термодинамики для изобарного процесса.

4. Выведите формулу для молярной теплоемкости идеального газа в изобарном процессе.

5. Рассчитайте значение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении.

6. Что называется числом степеней свободы молекулы? Чему равно число степеней свободы для одноатомного, двухатомного и трехатомного газа?

7. Объясните суть метода протока для измерения удельной теплоемкости газов при постоянном давлении.

8. Почему нагревание газа при его течении в трубке можно рассматривать как процесс при постоянном давлении?

9. Дайте определение массовому расходу воздуха. Как определяется массовый расход в данном эксперименте?

10. С какой целью проводились измерения при различных значениях напряжения на клеммах нагревателя?

11. Какими факторами можно объяснить различие в значениях удельной теплоемкости воздуха, полученных экспериментально и теоретически?

Литература

1. Варава, А.В. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Погрешности измерения физических величин: практикум / А.Н. Варава, А.В. Захаренков, В.В. Манухин и др.— М.: Издательство МЭИ, 2018, 60 с.

2. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др. / под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 119–127.

3. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика. 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 268–273, 277–280, 302–310.

Лабораторная работа № 13

ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ γ ВОЗДУХА

Цель работы – экспериментальное определение показателя адиабаты для воздуха методом Клемана и Дезорма.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Адиабатным называют процесс, происходящий в термодинамической системе без теплообмена с окружающей средой. Первое начало термодинамики в дифференциальной форме для адиабатного процесса имеет вид:

$$0 = dU + \delta A, \quad (1)$$

Здесь dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы; δA – бесконечно малая работа, совершаемая термодинамической системой в ходе данного процесса.

Известно, что для одного моля идеального газа

$$dU = C_V dT, \quad (2)$$

$$\delta A = p dV, \quad (3)$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме; p – давление; dT и dV – бесконечно малые изменения температуры и объема соответственно. Подставляя (2) и (3) в (1), получаем

$$C_V dT + p dV = 0. \quad (4)$$

Запишем уравнение состояния для одного моля идеального газа:

$$pV = RT.$$

Дифференцируя это уравнение, получаем

$$p dV + V dp = R dT. \quad (5)$$

Выразив из (5) dT и подставив в (4), получим дифференциальное уравнение, связывающее объем и давление идеального газа в адиабатном процессе:

$$(C_V + R)pdV + C_VVdp = 0. \quad (6)$$

Учитывая, что $C_V + R = C_p$ – молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении, и вводя обозначение $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, получим:

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0. \quad (7)$$

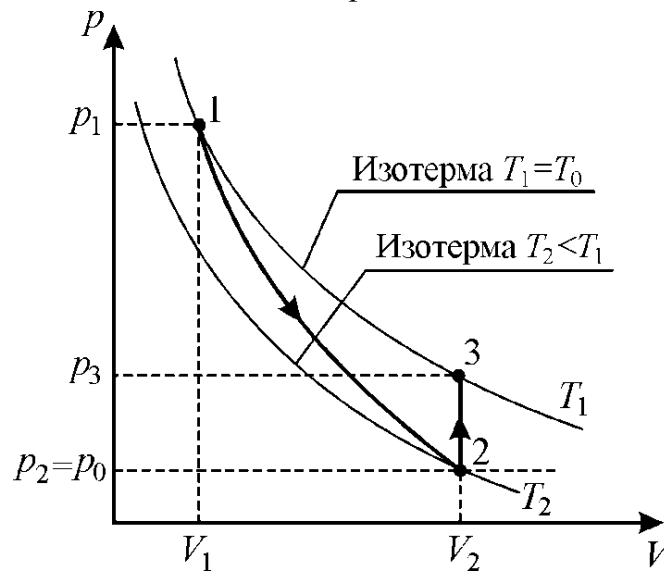


Рис. 1. Адиабатное расширение 1–2 и изохорный нагрев воздуха 2–3

Для идеального газа молярные теплоемкости C_V и C_p не зависят от температуры:

$$C_p = \frac{i + 2}{2}R; \quad C_V = \frac{i}{2}R, \quad (8)$$

где i – число степеней свободы молекулы идеального газа. Считая воздух при атмосферном давлении идеальным газом, получаем, что показатель γ – постоянная для данного газа величина. В этом случае интегрирование уравнения (7) дает выражение:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (9)$$

Уравнение (9) называют уравнением адиабаты (уравнением Пуассона), а показатель степени γ показателем адиабаты.

Проведя экспериментально и анализируя процесс адиабатного расширения воздуха, можно определить значение показателя адиабаты при комнатной температуре (метод Клемана и Дезорма).

Имеем баллон достаточно большой емкости, который наполнен воздухом при атмосферном давлении. С помощью компрессора в баллоне создается избыточное давление, которое может быть измерено манометром. Баллон снабжен клапаном большого проходного сечения.

Мысленно выделим в центральной части сосуда небольшой объем V_1 , занимаемый некоторой массой воздуха. В дальнейшем будем рассматривать процессы, происходящие с этой массой воздуха. Пусть начальная температура воздуха равна комнатной температуре T_1 , а начальное давление p_1 несколько выше атмосферного.

Давление p_1 можно выразить через атмосферное и избыточное давление:

$$p_1 = p_0 + p', \quad (10)$$

где p_0 – атмосферное давление; p' – избыточное давление воздуха, которое можно определить по показаниям манометра.

Если быстро открыть клапан, соединяющий сосуд с атмосферой, то в результате адиабатного расширения давление воздуха в сосуде упадет до $p_2 = p_0$, а объем рассматриваемой массы воздуха увеличится до V_2 . Температура воздуха при его адиабатном расширении снижается до $T_2 < T_1$, так как уменьшается его внутренняя энергия. Пусть клапан закрывается точно в момент окончания адиабатного расширения. В этот момент состояние воздуха характеризуется параметрами p_2, T_2, V_2 (рис. 1). При адиабатном переходе воздуха из состояния 1 в состояние 2, из выражения (9) получаем

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (11)$$

После закрывания клапана при постоянном объеме происходит теплообмен воздуха с окружающей средой через стенки баллона. Температура воздуха приближается к температуре окружающей среды T_1 . При этом давление воздуха в сосуде возрастает до

$$p_3 = p_0 + p''. \quad (12)$$

Параметры состояния рассматриваемого количества воздуха после окончания изохорного процесса: p_3, T_3, V_3 , причем $V_2 = V_3$.

Поскольку температуры воздуха в состояниях 1 и 3 одинаковы, то для выделенной массы воздуха можно записать:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3 = p_3 V_2. \quad (13)$$

Решая систему уравнений (11) и (13), получаем

$$\left(\frac{p_3}{p_1}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}, \quad \gamma = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right)}.$$

С учетом (10) и (12) находим

$$p_3 = p_1 - (p' - p''). \quad (14)$$

Тогда

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{p_1 - p'}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_1 - (p' - p'')}{p_1}\right)}. \quad (15)$$

Поскольку избыточные давления p' и $p' - p''$ весьма малы по сравнению с p_1 , то можно использовать разложение функции $\ln(1-x)$ в ряд при $x \ll 1$, ограничившись первым членом разложения: $\ln(1-x) \approx -x$. Тогда из (15) получим

$$\gamma = \frac{p'}{p' - p''}. \quad (16)$$

Избыточные давления p' и p'' измеряются экспериментально. В установках последней модификации измерение давления производится двумя различными приборами. Пьезоэлектронный манометр с цифровой индикацией непосредственно на экране дисплея высвечивает значение избыточного давления. Водяной U -образный манометр позволяет определить значение избыточного давления по разности уровней воды в коленах манометра. При этом $p' = \rho g H$, а $p'' = \rho g h$, где H и h разности уровней воды в коленах манометра в состояниях 1 и 3 воздуха; ρ – плотность воды; g – ускорение свободного падения. Расчет коэффициента адиабаты по данным этого манометра производится по формуле:

$$\gamma = \frac{H}{H-h}. \quad (17)$$

Применяемая методика определения величины γ требует выполнения следующих условий.

1. В процессе 1–2 выпускной клапан баллона должен быть перекрыт в момент, когда давление в баллоне станет равным атмосферному p_2 .

2. Время τ , в течение которого давление в баллоне уменьшается от p_1 до p_2 , должно быть достаточно мало, чтобы пренебречь теплообменом воздуха находящегося в ёмкости с окружающей средой.

Практически эти условия выполнить трудно, поскольку для получения величины γ с относительной погрешностью 2% необходимо вручную открыть клапан на 0,1 с, что является для экспериментатора весьма сложной задачей. Поэтому для получения значений γ с приемлемой погрешностью применяют различные методы учёта факторов, указанных в п. 1 и 2. Рассмотрим один из них.

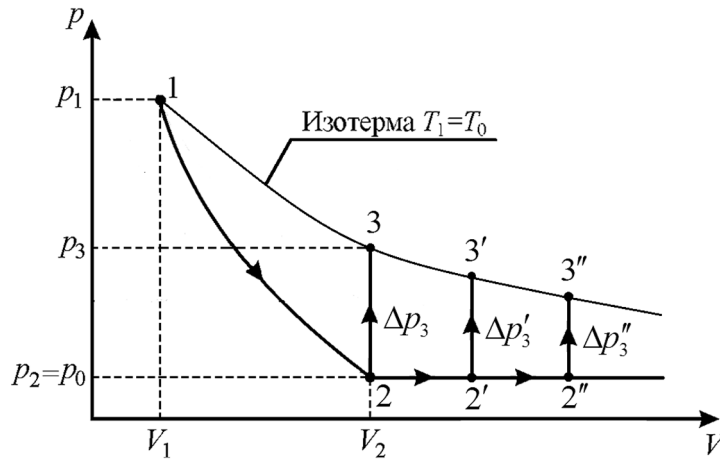


Рис. 2. Диаграммы процессов при различной длительности открывания клапана

Значение h в формуле (17) соответствует условию, когда клапан сброса закрыли в момент окончания адиабатного процесса. Если закрыть клапан раньше или позже, то результат вычисления по формуле (17) даёт или завышенное, или заниженное значение. Так как мы не знаем времени протекания адиабатного процесса, значение разности уровней можно определить косвенным графическим путём. Если клапан сброса остаётся открытым в течение некоторого времени τ , то в этом случае процессы, происходящие в опыте, можно условно представить графиками, изображёнными на рис. 2.

Величины $\Delta p_3, \Delta p'_3, \Delta p''_3$ и т.д. соответствуют значениям h_3, h', h'' . Зависимостью (18) можно объяснить процесс нагревания воздуха в калориметрической ёмкости в процессах $2-3, 2'-3', 2''-3''$ и т.д. Если повторить такой опыт несколько раз с разными τ , то экстраполируя линейный график зависимости

$$\ln h(\tau) = \ln h_3 - A\tau \quad (18)$$

в область, где $\tau \rightarrow 0$, можно найти h_3 и, таким образом, учесть приток тепла во время адиабатного расширения воздуха в баллон (см. рис. 3).

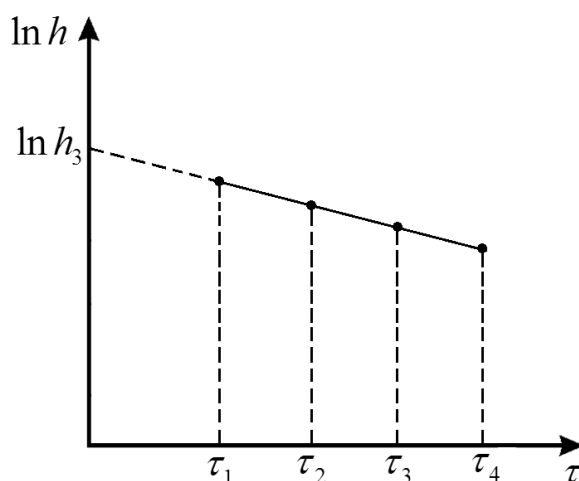


Рис. 3. График линейной зависимости результатов эксперимента

Строго говоря, в приведённом методе измеряется сумма времени запаздывания $(\tau - t_0)$ и времени протекания адиабатного процесса t_0 . Но в условиях опыта t_0 пренебрежимо мало по сравнению с τ .

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 4, 5. Основными элементами установки (рис. 4) являются стеклянный баллон 1 с быстродействующим электромагнитным клапаном 2; микрокомпрессор 3, предназначенный для создания избыточного давления воздуха в баллоне; пьезоэлектронный манометр 4; водяной U – образный манометр 5 с миллиметровой шкалой, который позволяет измерять разность давления газа в баллоне и атмосферного (избыточное давление) по положению уровней в трубках H_1 и H_2 ; трехходовой кран 6 служит для подключения баллона к микрокомпрессору, соединения системы с атмосферой либо перекрытия системы. Как уже сказано выше, все процессы происходят с некоторой массой газа 7, мысленно выделенной внутри объема баллона и находящейся вдали от стенок и клапана.

Баллон с газом и электромагнитным клапаном, а также микрокомпрессор расположены внутри модуля (рис. 5). На лицевую панель выведены:

- тумблер 8 «СЕТЬ» подключения модуля к электрической сети;
- тумблер 9 «КОМПРЕССОР» включения микрокомпрессора;
- кнопка 10 открытия и закрытия клапана;
- трубки U – образного манометра 5;
- тумблер 11 включения пьезоэлектронного измерителя давления;
- дисплей 12 измерителя давления;

– ручка трехходового крана 6, которая может устанавливаться в положениях «КОМПРЕССОР» (баллон подключен к компрессору), «ЗАКРЫТ» (баллон отключен от компрессора), «АТМОСФЕРА» (баллон соединен с атмосферой).

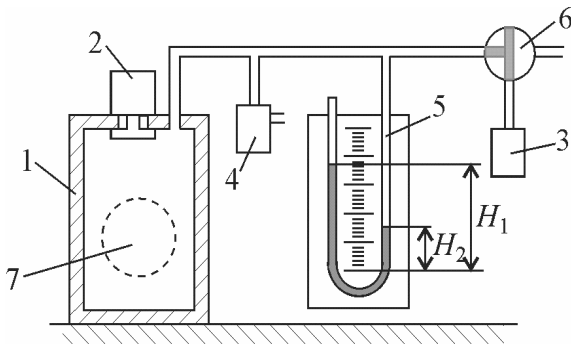


Рис. 4. Схема установки

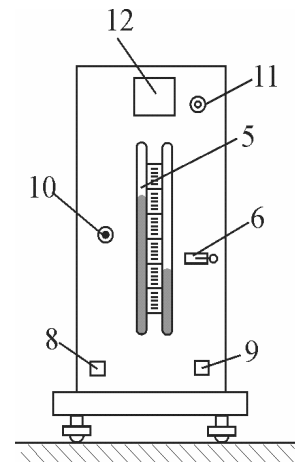


Рис. 5. Лицевая панель лабораторного модуля

В исходном состоянии давление воздуха в баллоне равно атмосферному давлению, а температура равна температуре окружающей среды (точка *A* на рис. 4).

Согласно указаниям на установке, установив кран 6 в положение «КОМПРЕССОР», включают микрокомпрессор и повышают давление в системе, при этом выделенный объем воздуха 7 в баллоне сжимается и его температура становится выше температуры окружающей среды. Условно этот процесс можно представить на зависимости $p(V)$ в виде пунктирной кривой *A–B* (рис. 6).

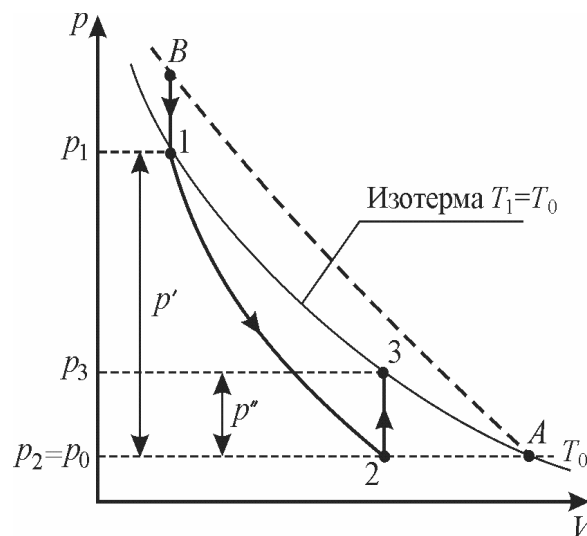


Рис. 6. Процессы, происходящие с выделенной массой газа в ходе эксперимента

После закрытия крана 6 происходит процесс изохорного охлаждения воздуха до температуры окружающей среды T_0 (процесс $B-1$). При этом давление воздуха уменьшается, что фиксируется по уменьшению избыточного давления в системе. Этот процесс занимает несколько минут. О его окончании судят по стабилизации показаний манометров. Таким образом система приведена к начальному состоянию с давлением p_1 выше атмосферного и температурой T_1 , равной температуре окружающей среды T_0 (комнатная температура) (точка 1 на графике $p(V)$). По показаниям приборов записывают избыточное давление p' и разность уровней в коленах U-образного манометра $H = H_1 - H_2$. Нажмем и быстро отпустим кнопку 10. После нажатия кнопки 10 клапан открывается и происходит процесс адиабатного расширения воздуха. При этом температура газа уменьшается, и давление также уменьшается до атмосферного (процесс 1–2). Поскольку электромагнитный клапан срабатывает очень быстро, и время открытия достаточно мало, то клапан закрывается точно в момент окончания адиабатного процесса (состояние 2). После закрытия клапана начинается процесс изохорного нагрева воздуха до комнатной температуры T_0 , при этом давление начнет возрастать (процесс 2–3). Об окончании этого процесса судят по стабилизации показаний манометров. Записывают показания манометров p'' и $h = h_1 - h_2$.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Запишите данные установки и условия проведения опытов.
2. В соответствии указаниями на установке подключите модуль к электрической сети, нажав тумблер 8 «СЕТЬ».
3. Включите пьезоэлектронный измеритель избыточного давления, нажав кнопку 11. При этом на экране дисплея высветятся цифры.
4. Убедитесь, что уровни жидкости в коленах U-образного манометра 5 совпадают и находятся посередине манометрических трубок.
5. Рукоятку трехходового крана 6 установите в положение «КОМПРЕССОР». Тумблером 9 включите компрессор. Нагнетание воздуха производите до тех пор, пока разность уровней в коленах манометра не достигнет 200–250 мм, а показания измерителя – (2000–2500) Па.
6. Установите кран 6 в положение «ЗАКРЫТО» и выждите 2–4 минуты, пока температура воздуха в баллоне не станет равной температуре окружающей среды T_0 . При этом показания манометров стабилизируются. Запишите в табл. 2 показания измерителя давления p' и высоту уровней воды в коленах U-образного манометра H_1 и H_2 .

7. Нажмите и быстро отпустите кнопку 10. Произойдет процесс адиабатного расширения воздуха до атмосферного давления p_0 (при этом температура воздуха в баллоне упадет) и начнется процесс изохорного нагрева, при этом давление в системе будет увеличиваться.

8. После выравнивания температур давление стабилизируется. Запишите в табл. 2 значение избыточного давления p'' и разность уровней в трубках водяного манометра h_1 и h_2 .

9. Установите кран 6 в положение «АТМОСФЕРА», при этом давление в системе станет равным атмосферному.

10. Пункты 5–9 повторите пять раз. Результаты опытов занесите в табл. 2.

Примечание. При использовании методики экстраполяции по линейной зависимости (18) пункт 7 выполняется для нескольких значений времени открытия клапана 2 (см. рис. 4) и заносятся в табл. 3.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Цена деления	Дискретность показаний	Инструментальная погрешность
Водяной манометр, мм	1	–	1
Пьезоэлектронный манометр, Па	–	1	5

Данные установки:

температура окружающей среды $t_0 =$;
 давление окружающей среды $p_0 =$.

Таблица 2

Результаты измерений (время открытия клапан мало)

№ опыта	p' , Па	p'' , Па	H_1 , мм	H_2 , мм	$H = H_1 - H_2$	h_1 , мм	h_2 , мм	$h = h_1 - h_2$ мм

Результаты измерений (время открытия клапана τ)

№ опыта	p' , Па	p'' , Па	H_1 , мм	H_2 , мм	$H = H_1 - H_2$	h_1 , мм	h_2 , мм	$h = h_1 - h_2$, мм
$\tau = 5\text{с}$								
$\tau = 7\text{с}$								
$\tau = 10\text{с}$								
$\tau = 15\text{с}$								
$\tau = 20\text{с}$								

4. Обработка результатов измерений

1. По формулам (16) и (17) рассчитайте значения γ . Проведите расчет среднего значения $\bar{\gamma}$, полученного по данным каждого из приборов. Сравните результаты.

Примечание. Экстраполяцией экспериментальной зависимости (18), определите h_3 , соответствующее моменту времени $\tau = 0$.

2. Рассчитайте абсолютные погрешности измерения γ при использовании показаний манометров 5 и 12 по формулам:

Аналогично, полагая, что $\Delta H = \Delta h$

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta H}{(H - h)^2} \sqrt{(H)^2 + (h)^2},$$

где

$$\Delta H = \sqrt{(\Delta H_1)^2 + (\Delta H_2)^2},$$

Полагая, что $\Delta H = \Delta h$ и $\Delta H_1 = \Delta H_2$ определяется ценой деления шкалы водяного манометра.

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta p}{(p' - p'')^2} \sqrt{(p')^2 + (p'')^2},$$

где Δp выбирается по паспорту прибора.

3. Запишите окончательный результат в стандартной форме.
4. Рассчитайте теоретическое значение γ , считая воздух идеальным двухатомным газом. Сравните теоретическое и экспериментальное значения γ .

Контрольные вопросы и задания

1. Какой процесс называется адиабатным? Запишите первое начало термодинамики для адиабатного процесса.
2. Изобразите графически на диаграмме (p, V) процессы адиабатного и изотермического расширения газов. Почему при адиабатном расширении температура газа убывает?
3. Напишите уравнение Пуассона для адиабатного процесса. От чего зависит теоретическое значение показателя адиабаты для идеального газа?
4. Как в лабораторной работе определяется экспериментальное значение показателя адиабаты? Какие величины измеряются непосредственно?
5. Расскажите порядок выполнения работы. Изобразите графически на диаграмме (p, V) термодинамические процессы, происходящие с некоторой массой воздуха в сосуде.
6. Почему процесс, происходящий с воздухом в сосуде после открытия клапана можно считать адиабатным?
7. Изобразите графически на диаграмме (p, V) процессы, происходящие после открытия клапана. К какому термодинамическому состоянию придет воздух, если удерживать клапан в открытом состоянии достаточно долго? Изобразите в (p, V) диаграмме соответствующий процесс.
8. Представьте вывод уравнения адиабаты.

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 119–128.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 268–286, 302–310.

Лабораторная работа № 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОТЫ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ОЛОВА И ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Цель работы – опытное определение удельной теплоты кристаллизации олова, определение изменения энтропии в процессе кристаллизации.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Кристаллизация – процесс перехода вещества из жидкого состояния в твердое (фазовый переход жидкость – твердое тело).

В процессе кристаллизации упорядочивается движение молекул, возникают связанные тепловые колебания относительно узлов кристаллической решетки. Упорядоченность структуры приводит к уменьшению ее внутренней энергии. Поэтому процесс кристаллизации сопровождается выделением энергии, которую необходимо отводить от системы. Эта энергия называется теплота кристаллизации.

Кристаллизация – процесс, обратный плавлению – переходу вещества из твердой фазы в жидкую. Плавление связано с подводом теплоты к системе. Удельная теплота плавления равна по величине удельной теплоте кристаллизации. Для химически чистых веществ как плавление, так и кристаллизация происходят при одинаковой постоянной температуре, которую в справочной литературе называют температурой плавления $T_{пл}$. Температура плавления зависит от давления. В процессе кристаллизации температура системы остается постоянной и равной $T_{пл}$ до тех пор, пока все вещество не перейдет в твердое состояние. Затем, при неизменных внешних условиях, начнется процесс охлаждения твердой фазы, и температура будет понижаться.

Количество теплоты, которое необходимо отвести в процессе кристаллизации от единицы массы жидкости при постоянной температуре для полного перехода жидкой фазы в твердую, называется удельной теплотой кристаллизации $r_{кр}$.

Согласно первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

применительно к процессу кристаллизации можем записать

$$r_{\text{кр}} = U_{\text{т}} - U_{\text{ж}} + p(V_{\text{т}} - V_{\text{ж}}), \quad (1)$$

где $U_{\text{т}}$ и $U_{\text{ж}}$ – внутренние энергии единицы массы вещества в твердом и жидком состояниях при температуре плавления; $V_{\text{т}}$ и $V_{\text{ж}}$ – объемы единицы массы вещества (удельные объемы) в твердом и жидком состояниях при той же температуре; p – давление в системе, которое поддерживается постоянным. При переходе вещества из жидкой фазы в твердую фазу удельный объем практически остается неизменным. Поэтому

$$p(V_{\text{т}} - V_{\text{ж}}) \ll (U_{\text{т}} - U_{\text{ж}}).$$

Тогда можно считать, что

$$r_{\text{кр}} = U_{\text{т}} - U_{\text{ж}}. \quad (2)$$

Энтропия – функция состояния термодинамической системы. Согласно определению, бесконечно малое изменение энтропии в равновесном процессе равно отношению бесконечно малого количества теплоты, сообщенного системе, к термодинамической температуре системы

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Разность энтропий в двух состояниях при осуществлении обратимого процесса определяется выражением

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \quad (3)$$

В процессе кристаллизации температура системы остается постоянной и равной $T_{\text{кр}}$. При этом олово отдает теплоту $Q_{\text{кр}}$ в окружающую среду. Поэтому

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T_{\text{кр}}} = \frac{1}{T_{\text{кр}}} \int_1^2 \delta Q = \frac{1}{T_{\text{кр}}} Q_{\text{кр}}.$$

Учитывая, что

$$Q_{\text{кр}} = r_{\text{кр}} \cdot M_{\text{o}}, \quad (4)$$

где M_{o} – масса олова, из соотношений (3) и (4) получаем

$$S_2 - S_1 = \frac{r_{\text{кр}} M_{\text{o}}}{T_{\text{кр}}}. \quad (5)$$

Так как в процессе кристаллизации теплота от системы отводится, то $r_{\text{кр}} < 0$ и, следовательно,

$$S_2 - S_1 < 0,$$

то есть энтропия уменьшается.

Таким образом, в процессе кристаллизации система переходит к более упорядоченному состоянию, внутренняя энергия вещества убывает, тепло отводится, и энтропия системы убывает.

Для определения удельной теплоты кристаллизации исследуемое вещество (олово) помещается в металлическую ампулу, которая может нагреваться в электрической печи и охлаждаться на воздухе. Известны массы олова M_o и ампулы M_a , удельные теплоемкости олова c_o и ампулы c_a .

Ампулу с оловом нагревают в электрической печи до температуры, превышающей температуру плавления олова. Затем ампулу с расплавом охлаждают на воздухе при комнатной температуре.

Решение задачи проводим при следующих допущениях:

- в процессах нагрева, кристаллизации и охлаждения олова температура окружающей среды (воздуха) остается неизменной;
- процесс кристаллизации и охлаждения равновесный (квазистатический), температура олова и ампулы во всех точках одинакова для любого момента времени.

Рассмотрим процесс кристаллизации олова. Согласно уравнению теплового баланса

$$\sum Q_i = 0$$

или $Q_{кр} + Q_{г} = 0$,

где $Q_{кр} = r_{кр} M_o$ – количество теплоты, выделяемое оловом при его кристаллизации; $Q_{г} = \alpha (T_{кр} - T_{сп}) F \Delta\tau_{кр}$ – количество теплоты, полученное окружающей средой через поверхность ампулы, общей площадью F за время $\Delta\tau_{кр}$; $T_{кр}$ – температура олова в процессе кристаллизации; $T_{сп}$ – температура воздуха (окружающей среды); α – коэффициент теплоотдачи с поверхности ампулы в окружающую среду; $\Delta\tau_{кр}$ – время кристаллизации.

Тогда для процесса кристаллизации можно записать

$$r_{кр} M_o + \alpha (T_{кр} - T_{сп}) F \Delta\tau_{кр} = 0. \quad (6)$$

Для процесса охлаждения твердого олова после кристаллизации уравнение теплового баланса имеет вид:

$$(c_o M_o + c_a M_a) dT + \alpha (T - T_{сп}) F d\tau = 0, \quad (7)$$

где $(c_o M_o + c_a M_a) dT$ – количество теплоты, отданное системой олово-ампула в окружающую среду за время $d\tau$; $\alpha (T - T_{сп}) F d\tau$ – количество теплоты, полученное окружающей средой через поверхность ампулы F за время $d\tau$; T – температура охлаждаемого олова в данный момент времени.

Считая значение коэффициента теплоотдачи с поверхности ампулы, как в процессе кристаллизации, так и в процессе охлаждения твердой фазы одинаковыми и неизменными во времени, из уравнений (6) и (7) получаем

$$r_{\text{кр}} = (c_o M_o + c_a M_a) \frac{\Delta\tau_{\text{кр}} (T_{\text{кр}} - T_{\text{сп}})}{M_o (T - T_{\text{сп}})} \cdot \frac{dT}{d\tau}. \quad (8)$$

Согласно (8) удельную теплоту кристаллизации можно рассчитать, получив экспериментальную зависимость температуры олова от времени (кривую охлаждения, рис.1). На этом графике можно выделить процесс охлаждения жидкого олова до температуры кристаллизации, процесс кристаллизации олова и процесс охлаждения твердого олова до достаточно низкой температуры ($\approx 100^\circ\text{C}$).

По кривой охлаждения определяются:

1) температура кристаллизации $T_{\text{кр}}$ (она же температура плавления);

2) время кристаллизации $\Delta\tau_{\text{кр}} = \tau_2 - \tau_1$, где τ_1 – момент времени, соответствующий началу кристаллизации, τ_2 – соответствует ее окончанию;

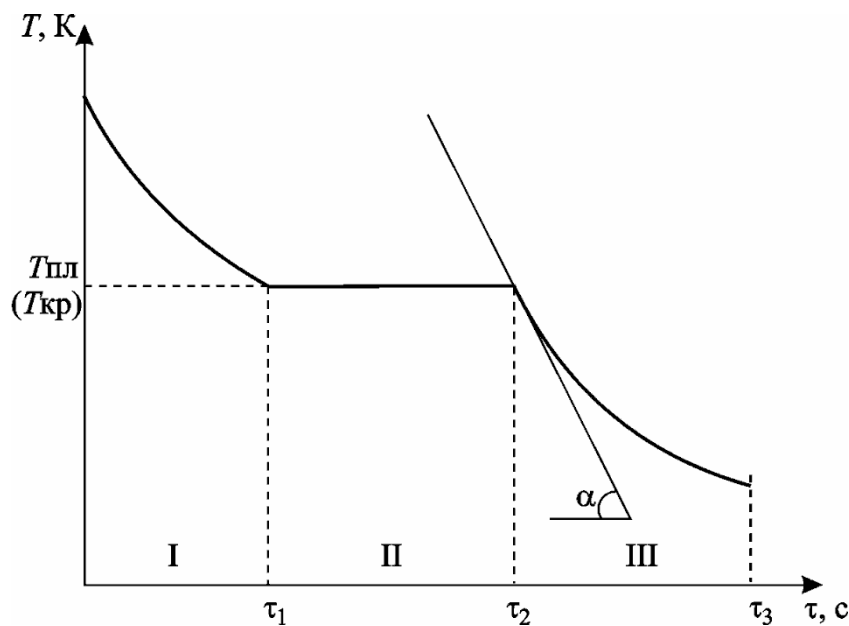


Рис. 1. Кривая охлаждения ампулы с оловом

3) производная $\frac{dT}{d\tau}$ для любого момента τ , которому соответствует температура олова T .

Формула (8) упрощается, если расчет проводить для момента времени $\tau = \tau_2$ – времени окончания кристаллизации. Тогда $T = T_{кр}$ и соотношение (8) принимает вид

$$r_{кр} = (c_o M_o + c_a M_a) \frac{\Delta \tau_{кр}}{M_o} \cdot \left. \frac{dT}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_2}. \quad (9)$$

Наиболее надежно производную $\left. \frac{dT}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_2}$ можно определить из анализа процесса охлаждения твердой фазы.

Согласно принятой модели процесс охлаждения от момента времени τ_2 описывается уравнением (7).

Если ввести понятие «избыточная температура»

$$\theta = T - T_{ср}, \quad (10)$$

то решение уравнения (7) имеет вид

$$\theta(\tau) = \theta_{кр} e^{-m(\tau-\tau_2)}, \quad (11)$$

где $\theta = T(\tau) - T_{ср}$; $\theta_{кр} = T_{кр} - T_{ср}$.

Следует заметить, что решение (11) справедливо, если процесс охлаждения проходит достаточно медленно.

Размерный коэффициент $m = \frac{\alpha F}{c_o M_o + c_a M_a}$ называется темпом охлаждения. Так как коэффициент теплоотдачи и теплоемкости олова и ампулы не зависят от температуры, то темп охлаждения $m = \text{const}$ в процессе охлаждения.

Взяв производную от избыточной температуры θ по времени, получаем

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -\theta m. \quad (13)$$

Из (13) следует, что темп охлаждения m характеризует относительную скорость изменения температуры вещества.

Поскольку, согласно (10), $\frac{dT}{d\tau} = \frac{d\theta}{d\tau}$, а при $\tau = \tau_2$ избыточная температура $\theta = \theta_{кр}$, то в соответствии с (13) соотношение (9) приобретает вид

$$r_{кр} = -(c_o M_o - c_a M_a) \frac{\theta_{кр} \Delta \tau_{кр}}{M_o} \cdot m. \quad (14)$$

Темп охлаждения m определяем, используя формулу (11), логарифмирование которой дает

$$\ln \theta = \ln \theta_{кр} - m(\tau - \tau_2),$$

откуда

$$m = \frac{\ln \theta_{кр} - \ln \theta}{\tau - \tau_2} \quad (15)$$

Реальный процесс охлаждения сопровождается явлениями, вносящими погрешность в определение $r_{кр}$. Главными среди них являются отклонение процесса охлаждения от квазистатического и изменение температуры окружающей среды. Эти явления приводят к методической погрешности определения $r_{кр}$.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Установка смонтирована внутри типового модуля, установленного на лабораторном столе. Основными элементами установки являются металлическая ампула 1 (рис. 2) с исследуемым веществом (оловом) 2 и электрическая печь с омическим нагревом 3, предназначенная для нагрева ампулы с оловом.

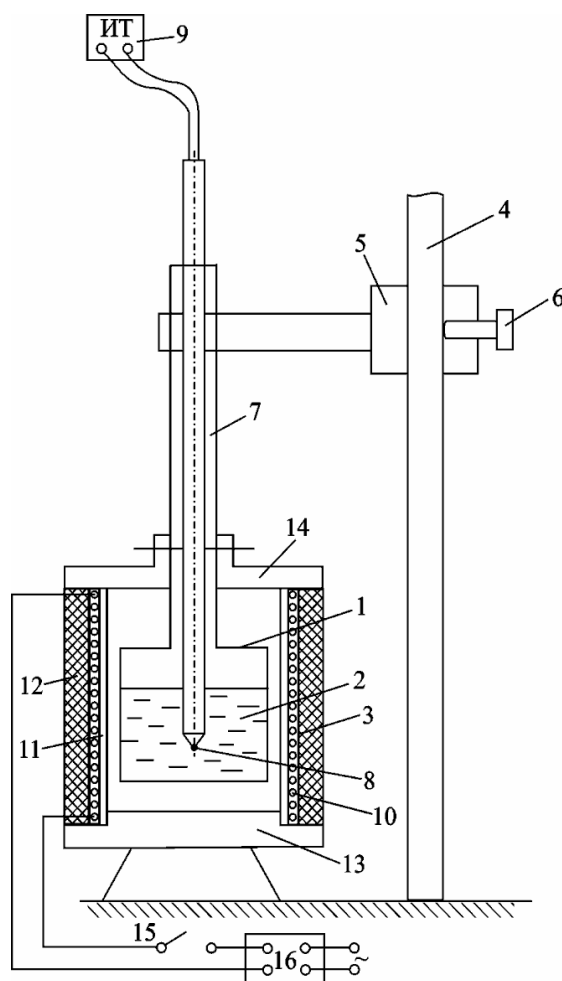


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Ампулу можно поднимать или опускать в электрическую печь по направляющей штанге 4 с помощью подвижного кронштейна 5 со стопорным винтом 6 и вертикальной трубкой 7, выполняющей роль тяги, жестко связанной с ампулой. Внутри ампулы через трубку 7 вставлена хромель-алюмелевая термопара 8, предназначенная для измерения температуры олова при его нагревании и охлаждении. Термопара подключена к измерителю температуры 9, который установлен на лицевой панели модуля. Электрическая печь представляет собой нагревательный элемент 10 выполненный из нихромовой проволоки, которая намотана на керамический каркас 11. Для уменьшения тепловых потерь нагреватель закрывают цилиндрическим слоем тепловой изоляции 12.

Нижняя крышка 13 и верхняя подвижная крышка 14 изготовлены также из теплоизоляционного материала. Включение нагрева осуществляется от источника питания 16, нажатием кнопки 15, расположенной на лицевой панели модуля. В поднятом состоянии ампула с оловом может охлаждаться вентилятором, который включается клавишей «ВЕНТИЛЯТОР».

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Запишите данные установки и условия проведения опытов, указанные на установке.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

масса олова $M_0 =$, $\Delta M_0 =$;
 масса ампулы $M_a =$, $\Delta M_a =$;
 удельная теплоемкость олова $c_0 =$, $\Delta c_0 =$;
 удельная теплоемкость материала ампулы $c_a =$, $\Delta c_a =$;
 температура окружающей среды
 (воздуха внутри модуля) $t_{cp} =$.

2. В соответствии с указаниями на установке включите лабораторную установку и измеритель температуры. Измерьте и зафиксируйте в протоколе температуру среды $t_{\text{ср}}$.

3. Опустите ампулу с оловом в камеру нагрева. Включите источник питания нагревателя.

4. Наблюдайте по измерителю рост температуры олова. При достижении температуры $\approx 230^{\circ}\text{C}$ рост температуры прекратится и начнется процесс плавления. После окончания плавления начинается процесс нагрева жидкой фазы.

5. При достижении температуры $\approx 280^{\circ}\text{C}$:

- отключите нагреватель;
- поднимите ампулу с оловом из зоны нагрева.

6. Включите секундомер и с интервалом 10 секунд записывайте показания измерителя температуры в табл.2. Измерения охватывают области охлаждения расплава до температуры кристаллизации (область I) (рис. 1), кристаллизации (область II) и охлаждения твердой фазы (область III). Охлаждение твердой фазы проводите до температуры $\approx 100^{\circ}\text{C}$.

7. Для дальнейшего охлаждения ампулы и нагревательной печи включите вентилятор.

8. После достижения комнатной температуры отключите вентилятор и стенд в целом.

Таблица 2

**Результаты измерения температуры олова
в зависимости от времени**

$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$	$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$	$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$	$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$	$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$
10		110		210		310		410	
20		120		220		320		420	
30		130		230		330		430	
40		140		240		340		440	
50		150		250		350		450	
60		160		260		360		460	
70		170		270		370		470	
80		180		280		380		480	
90		190		290		390		490	
100		200		300		400		500	

4. Обработка результатов измерений

1. По результатам измерений температуры олова во времени постройте график $t(\tau)$.

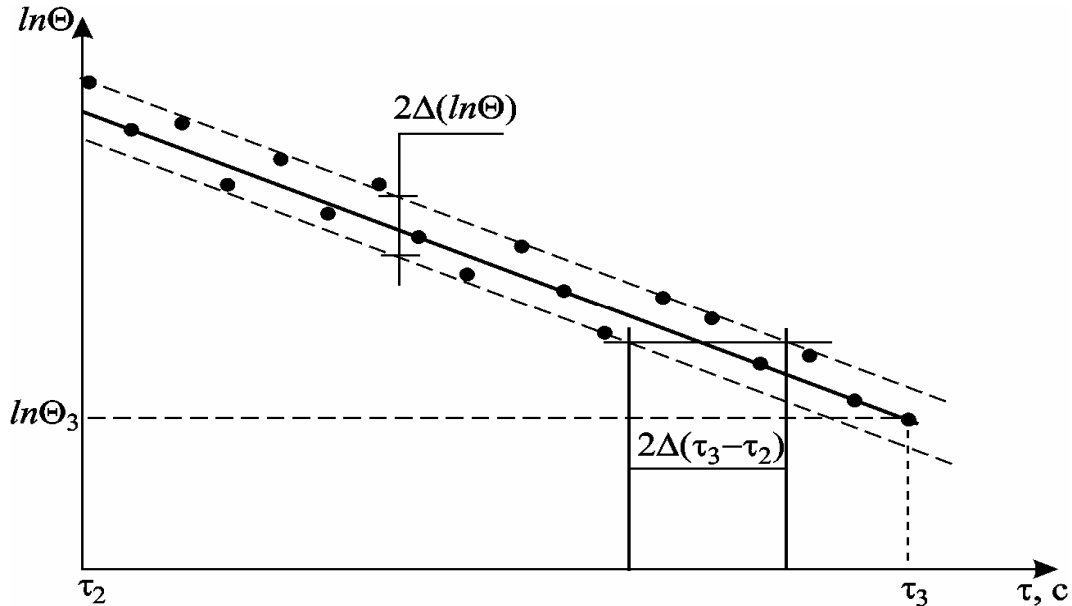


Рис. 3. Зависимость $\ln\theta = f(\tau)$ для режима охлаждения твердой фазы

2. По графику $t(\tau)$ определите значение температуры кристаллизации $t_{кр}$ и времени кристаллизации $\Delta\tau_{кр}$.

3. Для режима охлаждения твердого олова рассчитайте избыточную температуру $\theta = T - T_{ср} = t - t_{ср}$ и постройте график $\ln\theta = f(\tau)$, аппроксимируя экспериментальную зависимость прямой линией (рис. 3).

4. По формуле (15) рассчитайте значение темпа охлаждения твердой фазы.

5. По формуле (14) рассчитайте значение удельной теплоты кристаллизации олова, а по формуле (5) изменение энтропии при кристаллизации.

6. Проведите оценку погрешности экспериментального определения теплоты кристаллизации олова $r_{кр}$ по формуле

$$\Delta r_{кр} = \bar{r}_{кр} \sqrt{\left(\frac{\Delta\tau}{\tau_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\tau_3 - \tau_2)}{\tau_3 - \tau_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\ln\theta)}{\ln\theta}\right)^2}.$$

Погрешности $\Delta(\tau_3 - \tau_2)$ и $\Delta\ln\theta$ можно определить из графика $\ln\theta = f(\tau)$ (рис. 3).

7. Проведите оценку погрешности экспериментального определения изменения энтропии олова при кристаллизации по формуле

$$\Delta(\Delta S) \cong \frac{\Delta r_{\text{кр}}}{\bar{r}_{\text{кр}}} \Delta S.$$

8. Запишите окончательный результат для $r_{\text{кр}}$ и ΔS в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение понятию «кристаллизация».
2. Запишите первое начало термодинамики для единицы массы жидкости в процессе перехода ее в твердое состояние.
3. Дайте определение понятию «удельная теплота кристаллизации». От чего зависит эта величина?
4. Запишите уравнение теплового баланса для процесса кристаллизации олова.
5. Запишите уравнение теплового баланса для процесса охлаждения твердой фазы.
6. Опишите кривую нагрева (охлаждения) олова, полученную в эксперименте. Как по кривым охлаждения определяется температура кристаллизации и время кристаллизации?
7. Какая зависимость описывает процесс охлаждения твердой фазы? При каких допущениях эта зависимость справедлива?
8. Что мы называем темпом охлаждения? Каков физический смысл темпа охлаждения?
9. С какой целью при обработке экспериментальных данных строится график $\ln\theta = f(\tau)$. Можно ли принципиально обойтись без этого графика при расчете удельной теплоты кристаллизации по данным эксперимента?
10. Дайте термодинамическое определение энтропии. На чем основано утверждение, что энтропия – функция состояния термодинамической системы?

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 134–138.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: Изд-во «Лань», 2006 г. С. 392–399; 352–354.

Лабораторная работа № 15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Цель работы – экспериментальное определение коэффициента динамической вязкости воздуха методом истечения через капилляр (метод Пуазейля), изучение зависимости коэффициента динамической вязкости от температуры.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Вязкость (или внутреннее трение) – свойство газов и жидкостей, проявляющееся в возникновении сил сопротивления (трения) между их отдельными слоями. При ламинарном (слоистом) течении жидкости или газа в трубе скорости u различных слоев образуют определенный профиль по сечению трубы (рис. 1). Наибольшей скоростью обладает осевой слой жидкости. Скорость слоев, соприкасающихся со стенкой канала равна нулю (пристеночный слой «прилипает» к стенке).

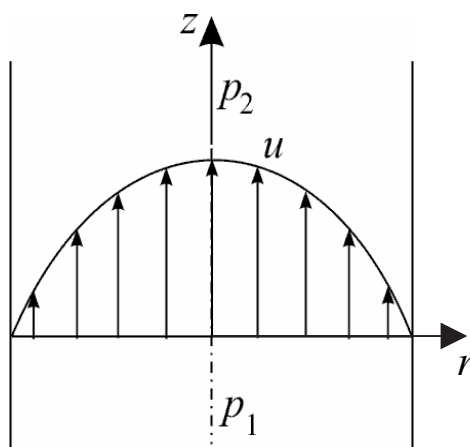


Рис. 1. Профиль скорости жидкости (газа) при ламинарном течении в трубе

Силы трения между отдельными слоями жидкости или газа возникают из-за разных скоростей этих слоев. При этом быстро движущиеся слои тормозятся, а медленно движущиеся – ускоряются. Постоянство профиля скорости поддерживается постоянным перепадом давления ($p_1 - p_2$), который обеспечивается внешними условиями.

Экспериментально установлено, что сила трения F , действующая между отдельными слоями жидкости, направлена по касательной к слою и пропорциональна модулю градиента скорости $\frac{du}{dr}$, характеризующему быстроту изменения скорости в направлении r перпендикулярном скорости слоев:

$$F = \eta \left| \frac{du}{dr} \right| S, \quad (1)$$

где S – площадь поверхности взаимодействия слоёв; η — размерный коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом динамической вязкости (внутреннего трения) жидкости или газа. Единицей динамической вязкости в СИ является Па·с. Выражение (1) известно как закон вязкого трения Ньютона.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории газов вязкость определяется переносом импульса молекул из слоя в слой в направлении, перпендикулярном скорости упорядоченного движения газа. В результате теплового (хаотического) движения молекулы переходят из слоя газа с большей скоростью u в соседний слой с меньшей скоростью и ускоряют этот слой. Наоборот, молекулы из «медленного» слоя переходят в более быстрый соседний слой и замедляют его.

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа позволяет получить выражение для коэффициента динамической вязкости

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l}, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа; \bar{v} – средняя скорость теплового движения молекул; \bar{l} – средняя длина свободного пробега молекул газа.

Средняя скорость теплового движения молекул идеального газа определяется выражением

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (3)$$

где R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, μ – молярная масса газа.

Поскольку средняя длина свободного пробега молекул идеального газа не зависит от температуры, то в соответствии с (2) и (3) можно считать, что коэффициент динамической вязкости такого газа с ростом температуры увеличивается по закону

$$\eta = \text{const} \cdot \sqrt{T}. \quad (4)$$

Анализируя течение газа через канал малого диаметра (капилляр), можно найти соотношение между коэффициентом динамической вязкости исследуемого газа, объемным расходом, перепадом давления на концах капилляра и его геометрическими характеристиками (диаметром и длиной). Это соотношение является основой метода капилляра (метод Пуазейля), используемого для измерения коэффициента динамической вязкости.

В дальнейшем изложении для краткости будем говорить о течении в канале газа, хотя метод Пуазейля применим для исследования вязкости как жидкой, так и газообразной фаз.

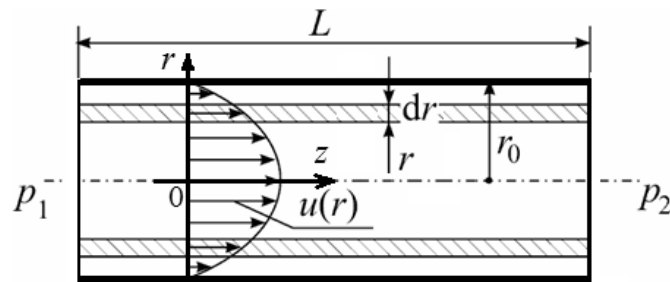


Рис. 2. К выводу формулы Пуазейля

Рассмотрим ламинарное течение газа через цилиндрический канал малого диаметра (капилляр). Пусть внутренний радиус капилляра r_0 . Наличие внутреннего трения приводит к возникновению градиента скорости упорядоченного движения. Как уже отмечено выше, для обеспечения стационарного течения газа необходимо поддерживать постоянным во времени перепад давления ($p_1 - p_2$) между входом в капилляр и выходом из него. Для определения зависимости $u = u(r)$ мысленно выделим в газе цилиндрический объем радиуса r и длины L (рис. 2). На торцах этого цилиндра поддерживается разность давлений $p_1 - p_2$, что соответствует результирующей силе

$$F = (p_1 - p_2) \pi r^2. \quad (5)$$

На боковую поверхность цилиндра со стороны окружающего слоя газа действует сила внутреннего трения, которая согласно закону вязкого трения Ньютона (1) равна

$$F(r) = \eta \left| \frac{du}{dr} \right| 2\pi r L, \quad (6)$$

где $2\pi r L$ – площадь боковой поверхности выделенного цилиндра. Так как газ движется равномерно (стационарное течение), то векторная сум-

ма сил, действующих на выделенный цилиндр, и сумма их проекций на ось Z равна нулю (рис.2):

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 - \eta \left| \frac{du}{dr} \right| 2\pi r L = 0. \quad (7)$$

Из (7) с учетом убывания скорости u при удалении от оси симметрии Z ($\frac{du}{dr} < 0$ и $\left| \frac{du}{dr} \right| = -\frac{du}{dr}$) имеем

$$du = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r dr. \quad (8)$$

Интегрирование выражения (8) дает

$$u = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta L} r^2 + C.$$

Постоянную C определяем из граничного условия для скорости на стенке капилляра: при $r = r_0$ $u = 0$, тогда

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} r_0^2$$

и окончательно для скорости получаем:

$$u = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (r_0^2 - r^2). \quad (9)$$

Из (9) следует, что при ламинарном течении жидкости или газа профиль скорости, изображенный на рис. 1 и рис. 2, является параболическим.

Определим объем газа V , протекающий через поперечное сечение капилляра за время τ . Для этого выделим в газе цилиндрический слой с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ (рис. 2), считая во всех точках этого слоя скорость газа u постоянной. За время τ из выделенного нами слоя вытечет объем газа $dV = u\tau 2\pi r dr$. Используя (9) и интегрируя это выражение по всей площади сечения капилляра (при этом r изменяется от 0 до r_0), получим выражение для объема газа, вытекающего из капилляра за время τ

$$V = \frac{\pi r_0^4}{8\eta L} (p_1 - p_2) \tau.$$

Очевидно, что за единицу времени через капилляр проходит объем газа

$$G_V = \frac{\pi r_0^4}{8\eta L} (p_1 - p_2), \quad (10)$$

где $G_V = V/\tau$ называется объемным расходом жидкости или газа, который может быть достаточно точно измерен в эксперименте. Соотношение (10) известно как формула Пуазейля.

В соответствии с (10), зная геометрию капилляра, измерив в опыте перепад давлений на входе и выходе из него, а также измерив объемный расход, можно экспериментально определить коэффициент динамической вязкости жидкости или газа

$$\eta = \frac{\pi r_0^4 (p_1 - p_2)}{8 G_V L}. \quad (11)$$

2. Описание схемы экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3. Микрокомпрессор 1 создает необходимое давление и прокачивает воздух сначала через измеритель объемного расхода газа (ротаметр) 2, а затем по магистральной трубке – в медный термостат 3, внутри которого находится измерительный участок – капилляр 4. Из капилляра воздух сбрасывается в атмосферу. Термостат предназначен для нагрева и поддержания необходимой температуры воздуха при его входе в капилляр, и тем самым позволяет проводить измерения вязкости воздуха при различных температурах. Температура воздуха на входе в капилляр измеряется термомпарой 5, которая с помощью термоэлектродов 7 подключена к измерителю температуры 8. Медный термостат 3 помещен в керамическую трубку, на внешней поверхности которой смонтирован электрический нагреватель 9, питаемый от регулятора мощности 10 с ручками управления 15 и 16, расположенными на лицевой панели (рис. 4). Перепад давления на капилляре измеряется U-образным водяным манометром 6 по разности высот столбов жидкости в левом и правом коленях. Расчет перепада давлений проводится по формуле

$$p_1 - p_2 = \rho_v g (h_1 - h_2), \quad (12)$$

где ρ_v – плотность воды при комнатной температуре; g – ускорение свободного падения; $(h_1 - h_2)$ – разность уровней воды в трубках манометра.

Экспериментальная установка смонтирована в типовом модуле (рис. 4). На лицевой панели модуля расположены: трубка ротаметра 2, предназначенного для измерения объемного расхода воздуха; трубки U-образного манометра 6 с миллиметровой шкалой; лицевая панель измерителя температуры 8, который включается тумблером 13; тумблеры

12, 14 и 11, служащие соответственно для включения и выключения микрокомпрессора, вентилятора и установки в целом.

Расположение и назначение тумблеров и ручек управления конкретной установкой приводится в инструкции, размещенной на установке.

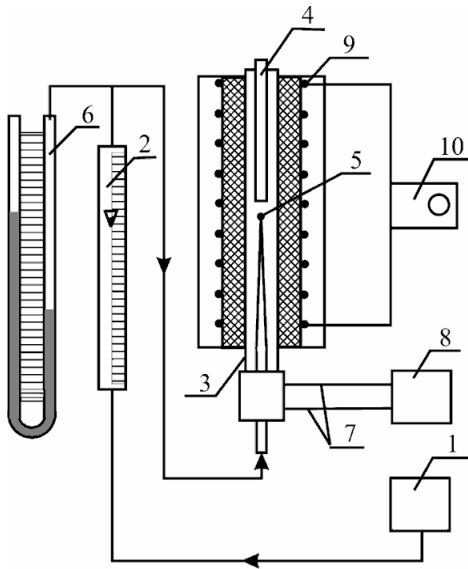


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

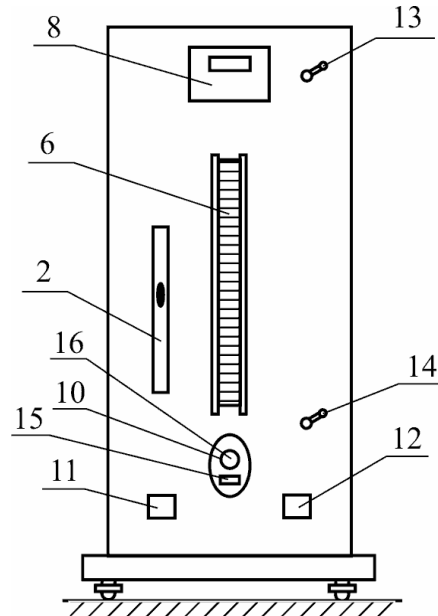


Рис. 4. Лицевая панель модуля установки

3. Порядок выполнения работы

1. Изучите инструкцию, размещенную на установке.
2. Заполните табл.1 спецификации измерительных приборов. Запишите данные установки, которые приведены на лицевой панели. Подключите установку к электрической сети.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

длина капилляра $L =$ мм, $\Delta L =$ мм;
 диаметр капилляра $d_0 =$ мм, $\Delta d_0 =$ мм.

3. Проверьте, что ручка регулятора мощности повернута в направлении против часовой стрелки до упора, убедитесь, что все тумблеры на установке находятся в положении выключено.

4. Включите питание установки, измеритель температуры и компрессор.

5. Проведите измерения расхода воздуха через капилляр в делениях шкалы ротаметра, высоты столбов воды h_1 и h_2 в коленах манометра при комнатной температуре. Точное значение температуры воздуха определите по показаниям измерителя температуры. Результаты измерений запишите в табл. 2.

Таблица 2

Результаты измерений

№	$t, ^\circ\text{C}$	$h_1, \text{мм}$	$h_2, \text{мм}$	$(p_1 - p_2), \text{Па}$	G_V	
					дел.	$\text{м}^3/\text{с}$
1						
2						
3						
4						
5						

6. Включите нагреватель и установите регулятор температуры в положение 2 (примерно 100°C). Через 10–15 минут убедитесь в том, что режим течения и температурный режим стабилизировались. Измерьте температуру на входе в капилляр, объемный расход воздуха (в делениях) и перепад давления на капилляре (h_1 и h_2). Результаты запишите в табл. 2.

7. Повторите действия, описанные в п. 6 для последующих температурных режимов (не менее трех).

Примечание. Максимальный температурный режим определяется конструктивными особенностями конкретной установки.

8. После окончания измерений выключите блок нагревателя и включите вентилятор для охлаждения установки. Не отключайте питание установки.

9. Когда показание измерителя температуры станет близким к 30°C , отключите вентилятор, компрессор и питание установки.

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте перепад давлений воздуха на капилляре для всех температурных режимов течения, используя формулу (12). Результаты расчета занесите в табл.2.

2. Произведите перерасчет показаний ротаметра в делениях в объемный расход, выраженный в м³/с, используя паспортные данные ротаметра, установленного на конкретной установке (формула для расчета приведена на установке). Результаты расчета занесите в табл.2.

3. Рассчитайте значения коэффициента динамической вязкости воздуха для всех температурных режимов по формуле (11). Результаты расчета занесите в табл.3.

4. Определите табличные значения коэффициента динамической вязкости для полученных температурных режимов, используя таблицу П.7. Результаты занесите в табл.3.

5. Постройте график зависимости $\eta(T)$ для экспериментальных и табличных значений η . Сравните полученные зависимости. Сделайте выводы.

6. Для одного из температурных режимов рассчитайте погрешность косвенного измерения η . Запишите окончательный результат в стандартном виде.

$$\Delta\eta = \bar{\eta} \sqrt{16 \left(\frac{\Delta r_0}{r_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{\Delta(p_1 - p_2)}{p_1 - p_2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta G_V}{G_V} \right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2}.$$

Таблица 3

Экспериментальные значения коэффициента динамической вязкости при различных температурах

Значения η	$t, ^\circ\text{C}$						
экспериментальные	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$						
табличные	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$						

Контрольные вопросы и задания

1. Какое течение жидкости или газа называется ламинарным?
2. Поясните качественно, от каких параметров зависит объёмный расход жидкости или газа при течении в трубе круглого сечения.
3. Объясните возникновение внутреннего трения при течении газа в трубе на основе молекулярно-кинетической теории.
4. Как проявляется внутреннее трение (вязкость) в жидкости и газе?
5. Запишите уравнение, выражающее закон вязкого трения Ньютона. Дайте определение величинам, входящим в это уравнение.
6. Опишите содержание метода Пуазейля для определения коэффициента динамической вязкости. Нарисуйте принципиальную схему установки.

7. Как и почему изменяется перепад давления на капилляре при изменении температуры газа?

8. Опишите порядок проведения эксперимента. Какие прямые измерения производятся в опыте?

9. Чем объяснить увеличение вязкости газов с ростом температуры?

10. Назовите основные источники погрешности при экспериментальном определении коэффициента динамической вязкости газа методом Пуазейля. Выведите формулу для расчета абсолютной погрешности косвенного измерения η .

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 146–150.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие: В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 252–258.

Лабораторная работа № 16

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы – экспериментальное определение коэффициента динамической вязкости жидкости по методу Стокса.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Вязкость проявляется в способности жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу слоев. В существовании вязкости можно убедиться, наблюдая движение жидкости в цилиндрическом сосуде, которому придали вращение. Сначала начинают вращаться слои жидкости, примыкающие к стенке сосуда, после чего вращение передается соседним слоям, и в итоге вся жидкость приходит во вращение. В случае, если бы между слоями жидкости не существовало касательных сил, подобная передача движения была бы невозможна. Вязкость оказывает сильное влияние на процесс течения жидкостей и газов, будь то движение нефти по трубопроводу или течение крови по сосудам.

Наиболее разработана теория вязкости газов. В них вязкость объясняется обменом молекулами между разными слоями газа вследствие теплового движения молекул. В результате слой, движущийся с большей средней скоростью, подтормаживается, а слой, движущийся с меньшей, наоборот, разгоняется. Интенсивность теплового движения увеличивается с температурой, поэтому теория предсказывает рост вязкости газов с температурой, что подтверждается экспериментом.

В отличие от газов, вязкость жидкостей падает с ростом температуры. Теория вязкости жидкостей разработана значительно хуже теории вязкости газов. Практически характеристики вязкости жидкостей определяют экспериментально.

Следует отметить, что представление о течении жидкости в виде слоев, движущихся с разной скоростью (ламинарное течение), справедливо только для малых скоростей течения (более точное условие будет рассмотрено ниже). При увеличении скорости характер течения становится более сложным, в жидкости образуются вихри, перемешивающие отдельные слои. Такое течение называют турбулентным, а его теория составляет сложную и до конца не решенную задачу гидро- и аэродинамики. Поэтому эксперимент по определению вязкости проводится в условиях существования ламинарного течения.

Перейдем к количественному описанию внутреннего трения в жидкости. Рассмотрим схему ламинарного течения слоя жидкости, заключенного между двумя параллельными пластинами (см. рис. 1). Пусть нижняя пластина неподвижна, а верхняя движется горизонтально вправо со скоростью \vec{v}_0 . Для поддержания такого движения к верхней пластине необходимо приложить горизонтальную силу \vec{F} (в противном случае силы вязкого трения остановили бы ее движение). Зависимость скорости движения слоев жидкости от координаты z также изображена на рис. 1. Обратим внимание, что жидкость «прилипает» к верхней плоскости и движется вместе с ней со скоростью \vec{v}_0 . Аналогичным образом, жидкость «прилипает» и к нижней неподвижной плоскости. Таким образом, вдоль оси Z формируется профиль скоростей жидкости $v = v(z)$.

Закон внутреннего трения, установленный Ньютоном, имеет вид

$$F = \eta \frac{dv}{dz} S, \quad (1)$$

где F – касательная сила, вызывающая сдвиг слоев жидкости относительно друг друга; η – коэффициент динамической вязкости (коэффициент внутреннего трения) жидкости; S – площадь слоя, по которому происходит сдвиг; dv/dz – градиент скорости течения жидкости (характери-

зует быстроту изменения скорости от слоя к слою). Как видно из закона Ньютона, коэффициент динамической вязкости η определяет силу трения, возникающую между двумя слоями жидкости площадью 1 м^2 каждый при градиенте скорости, равном 1 м/с на метр. Коэффициент динамической вязкости зависит от природы жидкости и может существенно меняться в зависимости от температуры. Наряду с коэффициентом динамической вязкости рассматривают коэффициент кинематической вязкости $\nu = \eta/\rho$, где ρ – плотность жидкости.

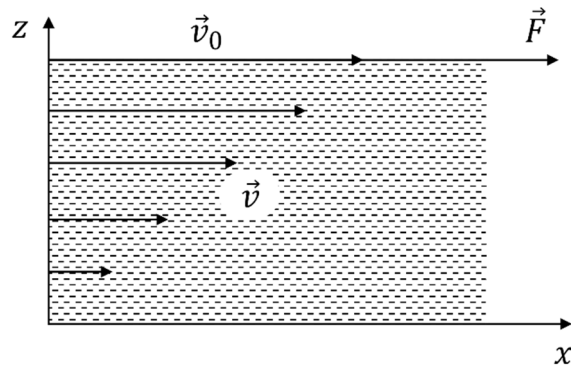


Рис. 1. Профиль скорости течения между двумя пластинами

Не все жидкости подчиняются сформулированному выше закону Ньютона. Некоторые (например, растворы полимеров) демонстрируют другие зависимости касательной силы от градиента скорости, такие жидкости называют неньютоновскими.

Одним из методов экспериментального определения динамической вязкости жидкости является метод Стокса. Метод основан на изучении падения твердого тела, обычно шарика, в жидкости. Измеряя установившуюся скорость такого падения, можно определить вязкость жидкости. Для этого нужно решить задачу об обтекании шара жидкостью, что и было сделано впервые Дж. Стоксом в 1851 г.

Следует отметить, что вязкое трение приводит к нагреву жидкости, отчего меняются ее плотность и коэффициент вязкости. Поэтому в общем случае задача об обтекании включает в себя расчет не только собственно обтекания (распределения скоростей жидкости), но и распространения тепла (распределения температуры), и является очень сложной. Она значительно упрощается (хотя все еще остается довольно сложной), если пренебречь зависимостью плотности и вязкости жидкости от температуры (то есть считать температуру всюду в жидкости одинаковой), и, кроме того, зависимостью плотности от давления (несжимаемая жидкость, вполне оправданное приближение для большинства жидко-

стей). В этом случае зависимость силы сопротивления от параметров может быть установлена из простых соображений размерности.

В задаче есть четыре размерные величины: скорость шара v (размерность [м/с]), радиус шара r (размерность [м]), плотность жидкости ρ (размерность [кг/м³]) и коэффициент динамической вязкости жидкости η (размерность [Па · с]). Из них можно составить одну безразмерную комбинацию, так называемое число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\rho v r}{\eta}, \quad (2)$$

и комбинацию сомножителей $\eta r v$, имеющую размерность силы, которая обращается в нуль при нулевой скорости шара и нулевой вязкости жидкости. Таким образом, общее выражение для силы сопротивления (вязкого трения) имеет в данном случае вид

$$F = \eta r v \cdot f(\text{Re}). \quad (3)$$

Для определения зависимости $f(\text{Re})$ одних представлений теории размерности недостаточно и нужно детально рассчитывать распределение скоростей в жидкости.

Как отмечалось выше, обтекание будет ламинарным только при малых скоростях шарика. Мы теперь можем уточнить это утверждение. Именно значением числа Рейнольдса определяется характер обтекания. Движение жидкости будет ламинарным при малых числах Рейнольдса:

$$\frac{\rho v r}{\eta} \ll 1. \quad (4)$$

Именно таковы типичные условия эксперимента: число Рейнольдса для шарика радиусом 2 мм, движущегося со скоростью 1 см/с в жидкости с вязкостью 1 Па · с и плотностью 1 г/см³, составляет 0,02. Поэтому для практических целей достаточно вычислить $f(0)$, то есть определить силу в линейном по скорости приближении, что и было сделано Стоксом. Формула Стокса имеет вид

$$F = 6\pi\eta r v. \quad (6)$$

Эта сила возникает из-за вязкого трения шарика о жидкость, а также за счет разности давлений в жидкости перед шариком и сзади шарика. Выделяемое в жидкости за счет вязкого трения тепло пропорционально мощности силы сопротивления, то есть $Fv \sim v^2$, таким образом, ограничение линейным по скорости приближением одновременно оправдывает и пренебрежение зависимостью плотности и вязкости жидкости от температуры и давления.

Формула Стокса предполагает, что жидкость не ограничена, заполняет все пространство, а на бесконечном удалении от шарика покоится.

Практически эту формулу можно применять, если размеры сосуда много больше радиуса шара. При этом радиус шара должен быть много больше средней длины свободного пробега молекул жидкости, чтобы жидкость можно было считать сплошной средой.

При выводе формулы Стокса также предполагается, что жидкость не находится в поле тяжести, а давление на бесконечности всюду одинаково. Для несжимаемой жидкости, однако, учет однородного поля тяжести сводится к линейной добавке $\rho g z$ к давлению (здесь g – ускорение свободного падения в поле тяжести, z – координата в направлении действия силы тяжести), сама же картина обтекания (распределение скоростей жидкости) не меняется. Добавка к давлению приводит, помимо уже имеющейся силы сопротивления, к появлению еще одной силы, действующей на шар со стороны жидкости – силе Архимеда.

Поскольку формула Стокса приближенная и выведена в определенных предположениях, её необходимо уточнить и внести поправку, если предположения, заложенные при выводе, не соблюдаются.

Эта поправка учитывает конечные размеры сосуда, в котором движется шарик. Она, в свою очередь, разбивается на учет влияния боковой поверхности и учет торцов. Из общих соображений понятно, что эта поправка должна увеличивать величину силы. Скорость жидкости на поверхности шарика равна скорости шарика, при наличии же стенок сосуда скорость жидкости должна обращаться в нуль уже не на бесконечности, а на этих стенках, градиент скорости должен быть больше, следовательно, больше будет и сила сопротивления. Также из общих соображений понятно, что эта поправка будет пропорциональна отношению размера шарика к размеру сосуда, поскольку в решении Стокса скорость жидкости спадает именно обратно пропорционально расстоянию до шарика.

Учет только боковой поверхности, то есть решение задачи о падении шарика по оси бесконечно длинного цилиндрического сосуда радиуса R , приводит к поправочному множителю $\left(1 + 2,104 \frac{r}{R}\right)$ в формуле Стокса. Эта поправка при радиусе шарика 2 мм и радиусе сосуда 5 см достигает 10%, и ей нельзя пренебрегать при обработке измерений.

Если поправка к распределению скоростей жидкости за счет наличия боковой стенки уже учтена, то и по оси цилиндра скорость падает при удалении от шарика гораздо быстрее, чем обратно пропорционально расстоянию. При больших h/R , где h – расстояние от шарика по оси сосуда, а практически уже при $h/R > 3$, скорость жидкости равна нулю не только на боковой поверхности, но и всюду по сечению цилиндра. По-

этому при выполнении этого условия поправками на влияние торцов цилиндра можно пренебречь. Для цилиндра радиусом 5 см это означает, что для определения скорости шарика нужно использовать участок его движения, начиная с глубины не менее 15 см от поверхности и заканчивая глубиной не менее 15 см от дна. В таких условиях можно пользоваться формулой Стокса с поправкой только на боковые стенки

$$F = 6\pi\eta rv \left(1 + 2,104 \frac{r}{R} \right), \quad (6)$$

она будет давать точность порядка 1%.

Выведем расчетную формулу для обработки результатов эксперимента. Пусть жидкость плотностью $\rho_{\text{ж}}$ налита в цилиндрический сосуд. В жидкость опускают шарик плотностью $\rho_{\text{ш}}$, причем $\rho_{\text{ш}} > \rho_{\text{ж}}$. После прохождения шариком некоторого начального участка устанавливается постоянная скорость его движения. В самом деле, под действием силы тяжести скорость шарика увеличивается, а вместе с ней увеличивается и сила сопротивления жидкости, прямо пропорциональная скорости. При равномерном падении шарика устанавливается ламинарное обтекание шарика жидкостью.

На движущийся в жидкости шарик (рис. 2) действуют: сила тяжести $F_1 = \rho_{\text{ш}} g V$, сила Архимеда $F_2 = \rho_{\text{ж}} g V$ и сила сопротивления Стокса $F_3 = 6\pi\eta rv \left(1 + 2,104 \frac{r}{R} \right)$, где V – объем шарика, а v – его скорость.

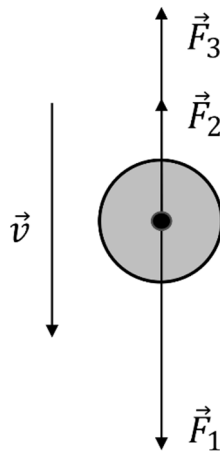


Рис. 2. Силы, действующие на шарик в жидкости

Запишем проекцию уравнения второго закона Ньютона на вертикальную ось, направление которой совпадает с направлением движения шарика

$$F_1 - F_2 - F_3 = 0. \quad (7)$$

Учитывая, что объем шара

$$V = \frac{1}{6} \pi d^3, \quad (8)$$

где d – диаметр шарика, получим выражения для коэффициента динамической вязкости жидкости

$$\eta = \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) g d^2}{18 v \left(1 + 2,104 \frac{r}{R} \right)}. \quad (9)$$

Если шарик, равномерно опускаясь, проходит расстояние H за время τ , то его установившаяся скорость $v = H/\tau$. Подставив выражение для скорости в (9), получаем расчетную формулу

$$\eta = \frac{(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) g d^2 \tau}{18 H \left(1 + 2,104 \frac{r}{R} \right)}. \quad (10)$$

2. Описание схемы экспериментальной установки

Стеклянный цилиндрический сосуд, высота которого равна 50 см и внутренний диаметр 7 см, наполнен вязкой жидкостью, налитой до уровня A (рис. 3).

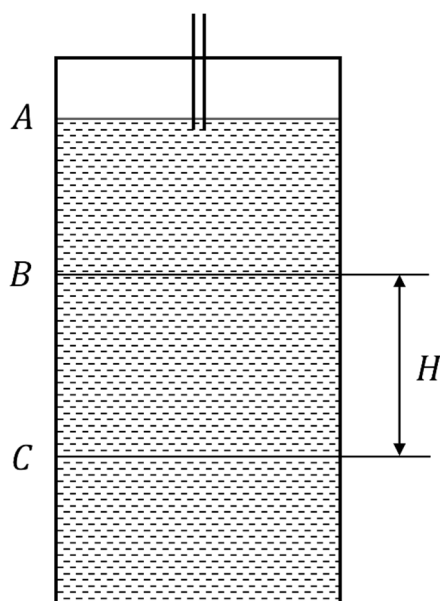


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Кроме того, на поверхность сосуда нанесены круговые метки B и C . Шарик опускают в сосуд вдоль оси симметрии сосуда. Для этого служит направляющее устройство – трубка диаметром немного больше диаметра шарика, установленная по оси сосуда, нижний конец трубки

слегка погружен в жидкость. Расстояние между уровнями *A* и *B* подобрано так, чтобы на этом участке скорость движения шарика достигла постоянного значения. Уровни *B* и *C* отстоят от поверхности жидкости и дна сосуда не менее, чем на 15 см.

Время движения шарика на отрезке *BC* (расстояние *H*) измеряется секундомером. Точность измерения времени τ будет тем выше, чем меньше скорость движения шарика. Поэтому данный метод используется, как правило, для исследования жидкостей с большой вязкостью (например, касторовое масло, глицерин, кремнеорганическая жидкость и др.).

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов и запишите данные установки (они указываются в инструкции, размещенной на установке).

2. Получите у лаборанта 5 шариков малого диаметра и секундомер.

3. Пользуясь пузырьковым уровнем, отрегулируйте ножки установки так, чтобы цилиндр с жидкостью был вертикален.

4. Через направляющее устройство опустите шарик в жидкость. Измерьте время движения шарика между метками *B* и *C*. Результат запишите в табл. 2.

5. Повторите п. 4 для остальных шариков. Результаты запишите в табл. 2.

6. Измерьте температуру воздуха в лаборатории. Результат измерения занесите в протокол.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Предел допустимой экспериментальной погрешности
Секундомер			

Данные установки:

диаметр шариков	$d =$;
плотность материала шариков	$\rho_{\text{ш}} =$;
плотность жидкости	$\rho_{\text{ж}} =$;
расстояние между уровнями <i>B</i> и <i>C</i>	$H =$;
диаметр сосуда	$D =$;
температура воздуха в лаборатории	$t =$.

Результаты измерений

№ шарика	Время, с
1	
2	
3	
4	
5	
Среднее	$\bar{\tau} =$

4. Обработка результатов измерений

1. Вычислите среднее значение времени движения шарика $\bar{\tau}$.
2. По формуле (10) рассчитайте значение коэффициента динамической вязкости исследуемой жидкости по среднему значению $\bar{\tau}$.
3. Проведите статистическую обработку результатов прямых измерений. Вычислите абсолютную погрешность измерения времени падения шарика $\Delta\tau$.
4. Вычислите абсолютную погрешность косвенного измерения η по формуле

$$\Delta\eta = \eta \sqrt{4 \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho_{\text{ш}}}{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2}. \quad (11)$$

5. Окончательный результат определения коэффициента динамической вязкости жидкости запишите в стандартной форме и сравните с табличными данными с учетом температуры воздуха в лаборатории.

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите закон Ньютона для внутреннего трения. Сформулируйте определение понятия «коэффициент динамической вязкости». От чего он зависит?
2. Какое течение называют ламинарным? За счет чего в работе достигается этот режим течения?
3. Напишите формулу Стокса. Объясните смысл входящих в нее величин.
4. Объясните понятие градиента скорости течения жидкости. Как он возникает?
5. Расскажите о причинах возникновения внутреннего трения. Какие условия необходимо выполнять, чтобы осуществить метод Стокса?

Почему метод Стокса не применяют для определения динамической вязкости воздуха?

6. Какие силы действуют на шарик при его движении в жидкости на разных этапах движения? Как меняется значение этих сил, начиная с момента соприкосновения шарика с жидкостью?

7. Исходя из каких соображений нужно выбирать уровни B и C , время движения между которыми измеряется в работе?

Литература

1. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие/ М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 146–150.

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 252–256; 258–261.

Лабораторная работа № 17

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА МЕТОДОМ НАГРЕТОЙ НИТИ

Цель работы – экспериментальное определение коэффициента теплопроводности воздуха модифицированным методом нагретой нити.

1. Теоретические основы работы и методика эксперимента

Теплопроводность – молекулярный перенос теплоты в сплошной среде, обусловленный наличием градиента температуры. Теплопроводность приводит к выравниванию температуры и установлению равновесного состояния.

Если градиент температур в среде поддерживать неизменным, то наблюдается стационарное неравновесное состояние, при котором теплота переносится непрерывно. В сплошной изотропной среде вектор плотности теплового потока \vec{q} связан с градиентом температуры $\text{grad}T$ законом Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}T, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности λ называется коэффициентом теплопроводности среды.

В соответствии с (1) тепловой поток, то есть количество теплоты, проходящее в единицу времени через произвольную поверхность S , определяется соотношением

$$Q = \int_S \lambda \vec{n} \text{grad} T dS,$$

где \vec{n} – единичный вектор, направленный по нормали в каждой точке поверхности S .

Коэффициент теплопроводности λ – физическая величина, характеризующая интенсивность процесса теплопроводности и численно равная плотности теплового потока вследствие теплопроводности при градиенте температуры, равном единице.

Коэффициент теплопроводности любого вещества зависит от его агрегатного состояния, температуры и давления.

Из молекулярно-кинетической теории идеального газа можно получить выражение для его коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} c_V, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа; \bar{v} – средняя скорость теплового движения молекул; \bar{l} – средняя длина свободного пробега молекул; c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Анализ выражения (2) показывает, что коэффициент теплопроводности исследуемого газа не зависит от давления и является функцией только температуры.

Для идеального газа справедливы соотношения:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}; \quad \bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma},$$

где m_0 – масса молекулы газа; k – постоянная Больцмана; n – концентрация молекул; σ – эффективное сечение столкновений молекул. Подставив выражения для средней скорости и средней длины свободного пробега молекул в формулу (2), получаем:

$$\lambda = \text{const} \frac{c_V}{\sigma} \sqrt{T}. \quad (3)$$

Для реальных газов коэффициент теплопроводности с увеличением температуры растет быстрее, чем это следует из (3). Это связано с увеличением c_V и уменьшением σ с ростом температуры. Из опытов следует, что для многих газов

$$\lambda = \text{const} T^\alpha, \quad (4)$$

где α принимает значения от 0,7 до 1.

Основная проблема при измерении коэффициента теплопроводности связана с тем, что теплопроводность зависит от температуры, в то время как сам процесс переноса тепла возможен только при наличии градиента температуры. Поэтому не ясно, к какой температуре надо отнести полученные результаты для коэффициента теплопроводности.

Н. Блейс и И. Манн предложили метод, в котором коэффициент теплопроводности определяется по зависимости тепловой мощности, выделяемой нагретой нитью, от температуры нити при постоянной температуре внешней холодной стенки (модифицированный метод нагретой нити).

Пусть вдоль оси цилиндрической трубки радиусом r_2 натянута проводящая электрический ток нить радиусом r_1 и длиной L . Нить нагревается до температуры T_n , которая может меняться в процессе эксперимента. Температура стенки цилиндрической трубки $T_{ст}$ поддерживается постоянной. Чтобы получить расчетную формулу необходимо решить стационарную задачу теплопроводности в цилиндрическом слое с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2 .

Используя (1) в цилиндрических координатах, запишем выражение для потока тепловой энергии Q , рассеиваемой нитью за счет теплопроводности через цилиндрическую поверхность произвольного радиуса r и длины L :

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r L, \quad (5)$$

где $\lambda = f(T)$.

Разделяя переменные и интегрируя (5) по радиусу от нити к стенке, получаем:

$$\frac{Q \ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} = \int_{T_{ст}}^{T_n} \lambda(T) dT. \quad (6)$$

Считая температуру стенки $T_{ст}$ постоянной и дифференцируя по переменному верхнему пределу T_n , получаем:

$$\lambda(T_n) = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi L} \frac{dQ}{dT_n}. \quad (7)$$

Как известно, дифференцирование интеграла по верхнему пределу дает значение подынтегральной функции при значении аргумента, равном значению верхнего предела. В соответствии с этим получаемые по формуле (7) значения коэффициента теплопроводности относятся к тем-

пературе нити T_n . Таким образом, можно сказать, что при нагреве нити изменение (прирост) мощности, рассеиваемой нитью, определяется только теплопроводностью слоя газа, прилегающего к нити.

Для определения коэффициента теплопроводности по формуле (7) необходимо знать экспериментальную зависимость мощности, рассеиваемой нитью за счет теплопроводности, от температуры нити $Q=f(T_n)$ и по этой зависимости определить производную $\frac{dQ}{dT_n}$ для различных температур в исследуемом интервале. Рассчитав производную $\frac{dQ}{dT_n}$ для выбранной температуры нити, можно определить и значение коэффициента теплопроводности. При этом получаемые по формуле (7) значения λ относятся к температуре нити.

2. Описание схемы экспериментальной установки

Вольфрамовая нить 1 (проволока), нагреваемая постоянным током от блока питания (БП) 2, натянута вдоль оси симметрии цилиндрического стеклянного баллона с двойными стенками 3 (рис. 1).

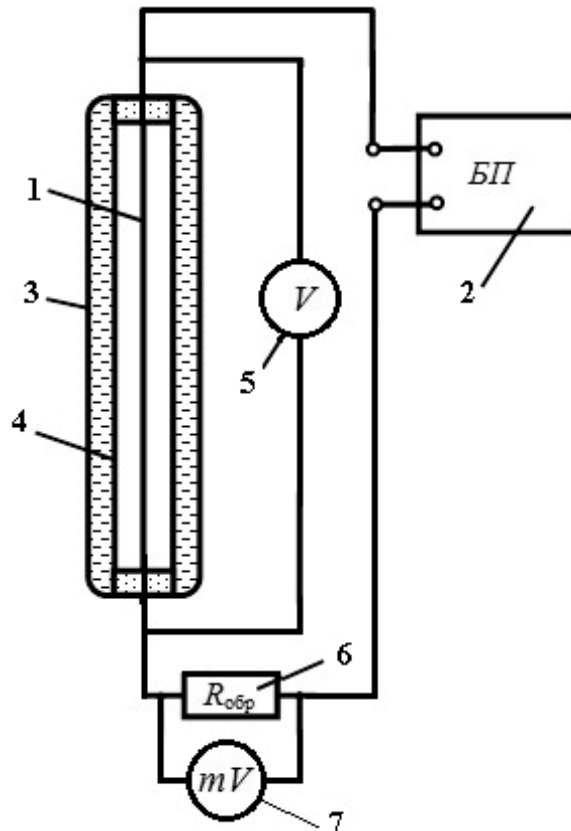


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Между стенками баллона залита вода, которая поддерживает температуру трубки 4 практически постоянной на протяжении всего эксперимента. Напряжение на нити U_n измеряется цифровым вольтметром 5. Разность потенциалов на образцовом резисторе 6 измеряется милливольтметром 7 (вольтметр 5 и милливольтметр 7 могут быть совмещены в одном приборе – мультиметре).

Будем считать, что вся электрическая мощность, подводимая к нити, рассеивается за счет теплопроводности воздуха в радиальном направлении.

Тогда

$$Q = U_n I_n, \quad (8)$$

где U_n – напряжение на нити; I_n – сила тока в ней.

Сила тока в нити определяется по падению напряжения на образцовом сопротивлении $R_{обр}$:

$$I_n = \frac{U_R}{R_{обр}}. \quad (9)$$

Температура нити определяется по ее электрическому сопротивлению. Известно, что сопротивление проволоки зависит от температуры, причем для не очень больших интервалов температур эта зависимость носит линейный характер

$$R_n = R_0 [1 + \alpha_t (T_n - T_0)].$$

Отсюда

$$T_n = \frac{R_n - R_0}{\alpha_t R_0} + T_0, \quad (10)$$

где R_0 – сопротивление нити при $T_0 = 273,15$ К; $R_n = U_n/I_n$ – сопротивление нити при температуре опыта; α_t – температурный коэффициент сопротивления материала нити (проволоки).

При выводе расчетной формулы для коэффициента теплопроводности не учитывается ряд явлений, сопровождающих процесс теплопередачи: излучение, осевой отвод теплоты, конвективный перенос тепла от нити к стенке трубки, неидеальность геометрии и т.д., что приводит к методической погрешности определения коэффициента теплопроводности около 10%.

3. Порядок выполнения работы

1. Заполните табл. 1 и запишите данные установки, которые приведены на ее лицевой панели.

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Предел измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

Данные установки:

диаметр нити	$d_1 =$;	$\Delta d_1 =$;
диаметр трубки	$d_2 =$;	$\Delta d_2 =$;
длина нити	$L =$;	$\Delta L =$;
образцовое сопротивление	$R_{обр} =$;	$\Delta R_{обр} =$;
сопротивление нити при $T_0 = 273,15 \text{ К}$	$R_0 =$,
температурный коэффициент сопротивления	$\alpha_t =$.

2. В соответствии с указаниями на установке включите электропитание стенда.

3. Вращая ручку регулятора напряжения, установите минимальное напряжение на нити U_n , равное 2 В по показанию вольтметра.

Примечание. Подробное описание расположения приборов, ручек и тумблеров на лицевой панели управления установкой приводится в инструкции к установке.

4. Через 1 минуту измерьте напряжение на нити U_n и на образцовом сопротивлении U_R . Измеренные значения U_n и U_R запишите в табл. 2.

5. Повторите опыты, описанные в пунктах 2 и 3 для значений U_n равных 3 В, 4 В, 5 В, 6 В. Измеренные значения U_n и U_R занесите в табл. 2.

Следует помнить, что при больших напряжениях, подаваемых на нить (больше 10 В), температура вольфрамовой проволоки достигает 400°C и больше, что приводит к ее быстрому разрушению вследствие рекристаллизации и окисления в атмосфере воздуха.

Результаты измерений

№	$U_n, \text{ В}$	$U_R, \text{ В}$	$I_n, \text{ А}$	$R_n, \text{ Ом}$	$T_n, \text{ К}$	$Q, \text{ Вт}$	$\lambda, \text{ Вт/(м К)}$
1							
2							
3							
4							
5							

4. Обработка результатов измерений

1. По данным эксперимента рассчитайте значения силы тока в нити I_n , сопротивления нити R_n , среднюю температуру нити T_n , выделяемую нитью тепловую мощность Q . Запишите результаты в табл. 2.

2. Постройте график зависимости $Q=f(T_n)$.

Пример графика зависимости $Q=f(T_n)$ представлен на рис. 2.

3. Выберите на построенной аппроксимирующей кривой три точки, соответствующие трем значениям температуры нити T_n , определенных в эксперименте. Графически определите производную $\frac{dQ}{dT_n}$ в этих точках.

Для этого в выбранных точках проведите касательные к кривой и определите тангенсы угла наклона каждой из них (см. рис. 2).

4. Пользуясь данными табл. 2, по формуле (7) рассчитайте значения коэффициента теплопроводности воздуха λ . Результаты внесите в табл. 2.

5. Постройте график зависимости $\lambda=f(T_n)$, проверьте его соответствие формуле (4). Оцените коэффициент α в соответствии с формулой (4). Для этого необходимо на аппроксимационной кривой выбрать две точки, зафиксировать для этих точек значения коэффициента теплопроводности и температуры. Исходя из найденных значений λ и T_n , рассчитайте значение коэффициента α по формуле

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\ln\left(\frac{T_{n2}}{T_{n1}}\right)}.$$

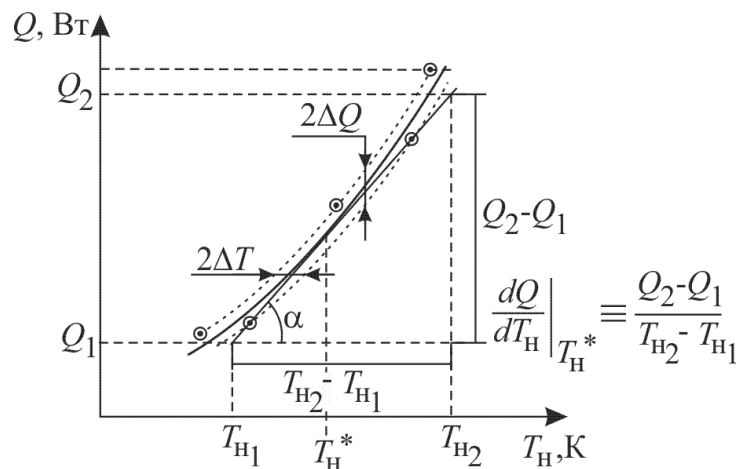


Рис. 2. Зависимость Q от температуры нити T_n и графический расчет производной при заданной температуре нити

6. Анализ методики и расчетного соотношения (7) показал, что суммарная относительная погрешность определения коэффициента теплопроводности не может быть ниже 10%, т.е. $\delta\lambda \geq 0,1$. Полагая $\delta\lambda = 0,1$, определите абсолютную погрешность $\Delta\lambda$ для одной из температур нити в исследованном интервале. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

Контрольные вопросы и задания

1. В чем заключается явление теплопроводности? Объясните это явление с точки зрения молекулярно-кинетической теории идеального газа.
2. Запишите закон Фурье. Объясните смысл входящих в него величин. Дайте определение коэффициента теплопроводности.
3. Что называют средней длиной свободного пробега молекул? От каких физических величин зависит длина свободного пробега?
4. Как зависит коэффициент теплопроводности от температуры?
5. Как вычислить тепловой поток, обусловленный теплопроводностью, через произвольную поверхность?
6. Нарисуйте принципиальную схему установки. Объясните, как осуществляются условия, необходимые для определения коэффициента теплопроводности согласно модифицированному методу нагретой нити.
7. В чем заключается модифицированный метод нагретой нити? Каковы его преимущества? Каковы его недостатки?
8. Опишите, как в лабораторной работе определяется температура нити.
9. Какие прямые измерения и с какой целью необходимо провести в данной лабораторной работе?
10. Какие физические явления вносят погрешность в определение коэффициента теплопроводности?

Литература

1. Варава, А.Н. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Погрешности измерения физических величин: практикум / А.Н. Варава, А.В. Захаренков, В.В. Манухин и др. – М.: Издательство МЭИ, 2018.
2. Губкин, М.К. Курс общей физики: учеб. пособие / М.К. Губкин, А.В. Дедов, Д.А. Иванов и др.; под ред. Д.А. Иванова. – М.: Издательство МЭИ, 2021. С. 145–150.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие. В 3 т. Т.1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2006 г. С. 400 – 414, 258 – 261.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1

Основные физические константы

Наименование	Значение в СИ
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	$N_A = 6,02200943 \cdot 10^{23}$ 1/моль
Газовая постоянная универсальная	$R = 8,31441$ Дж/(моль·К)
Объем 1 моля газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Ускорение силы тяжести на широте Москвы (на уровне моря)	$g = 9,81523$ м/с ²

Таблица П.2

Плотность некоторых твердых веществ при 20°C

Вещество	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м ³
Олово	7,29
Сталь	7,90
Свинец	11,34
Медь	8,96

Таблица П.3

Плотность некоторых жидких веществ при 20°C

Вещество	$\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м ³
Вода	0,998
Глицерин	1,264
Касторовое масло	0,970
Этиловый спирт	0,789

Таблица П.4

Температура и удельная теплота плавления, удельная теплоемкость для некоторых твердых веществ

Вещество	Температура плавления, $T_{пл}$, К	Удельная теплота плавления, $r_{пл} \cdot 10^{-3}$, Дж/кг	Удельная теплоемкость, c , Дж/(кг·К)
Сталь	1713	240	517
Олово	505,2	59	230
Свинец	600,2	23	130

Таблица П.5

Физические параметры газов при 20°C

Вещество	Удельная теплоемкость при постоянном давлении, c_p , Дж/(кг·К)	Показатель адиабаты, γ	Коэффициент внутреннего трения, $\eta \cdot 10^7$, Па·с
Азот	1043	1,408	175
Воздух	1005	1,400	172
Кислород	913	1,398	203

Таблица П.6

**Коэффициент динамической вязкости η глицерина
при различных температурах**

$t, ^\circ\text{C}$	$\eta \cdot 10^3, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta \cdot 10^3, \text{Па}\cdot\text{с}$
15	2392	23	1120
16	2170	24	1022
17	1969	25	934
18	1789	26	854
19	1627	27	781
20	1480	28	715
21	1348	29	655
22	1228	30	600

Таблица П.7

**Коэффициент теплопроводности λ и коэффициент динамической
вязкости η сухого воздуха при различных температурах
($p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$)**

$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3, \text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\lambda \cdot 10^3, \text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$	$\eta \cdot 10^6, \text{Па}\cdot\text{с}$
20	25,9	18,1	100	32,1	21,9
30	26,7	18,6	120	33,4	22,8
40	27,6	19,1	140	34,9	23,7
50	28,3	19,6	160	36,4	24,5
60	29,0	20,1	180	37,8	25,3
70	29,6	20,6	200	39,3	26,0
80	30,5	21,1	250	42,7	27,4
90	31,3	21,5	300	46,0	29,7

Таблица П.8

Плотность воздуха ρ при различных температурах и давлениях, $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$

$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$								
	96	97	98	99	100	101	101,3	102	103
16	1,157	1,169	1,181	1,193	1,205	1,217	1,221	1,229	1,241
18	1,149	1,161	1,173	1,185	1,200	1,209	1,212	1,221	1,232
20	1,141	1,153	1,165	1,177	1,188	1,200	1,204	1,212	1,224
22	1,133	1,145	1,157	1,169	1,180	1,192	1,196	1,204	1,216
24	1,126	1,137	1,149	1,161	1,172	1,184	1,188	1,196	1,208
26	1,118	1,130	1,141	1,153	1,165	1,176	1,180	1,188	1,200
28	1,111	1,122	1,134	1,145	1,157	1,168	1,172	1,180	1,192
30	1,103	1,115	1,126	1,138	1,149	1,161	1,164	1,172	1,184
32	1,096	1,107	1,119	1,130	1,142	1,153	1,157	1,165	1,176
34	1,085	1,098	1,110	1,122	1,135	1,147	1,151	1,159	1,172

Соотношения между единицами давления: 1 мм.рт.ст.=133,3 Па;
1 атм.=1,01325·10⁵ Па; 1 бар=10⁵ Па; 1 атм.=760 мм.рт.ст.

Таблица П.9

**Значение коэффициента $t_{p,n}$ для случайной величины,
имеющей распределение Стьюдента**

число экспериментов. n	Доверительная вероятность, P		
	0,90	0,95	0,99
3	2,920	4,303	9,925
4	2,353	3,182	5,841
5	2,132	2,776	4,604
6	2,015	2,571	4,032
7	1,943	2,447	3,707
8	1,895	2,365	3,499
9	1,859	2,306	3,355
10	1,833	2,262	3,250
∞	1,645	1,960	2,576

Таблица П.10

Международная система единиц физических величин (СИ)

Величина			Единицы СИ		Внесистемная единица, приведенная к СИ
Наименование	Обозначение, определяющая формула	Размер- ность	Наименование	Обозна- чение	
<i>Основные единицы СИ</i>					
Длина	l, L, s	L	метр	м	—
Масса	m, M	M	килограмм	кг	—
Время	t, T, τ	T	секунда	с	—
Температура	T	Θ	кельвин	К	—
Количество ве- щества	ν, n	N	моль	моль	—
Сила тока	I	I	ампер	A	—
Сила света	J	J	кандела	кд	—
<i>Дополнительные единицы СИ</i>					
Плоский угол	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi$	—	радиан	рад	—
Телесный угол	ω, Ω	—	стерадиан	ср	—
<i>Некоторые производные единицы СИ</i>					
Скорость	v, u, c	LT ⁻¹	метр в секунду	м/с	1 км/ч = 0,278 м/с
Ускорение	a	LT ⁻²	метр на секунду в квадрате	м/с ²	—
Угловая скорость	ω	T ⁻¹	радиан в секун- ду	рад/с	—

Величина			Единицы СИ		Внесистемная единица, приведенная к СИ
Наименование	Обозначение определяющая формула	Размерность	Наименование	Обозначение	
Угловое ускорение	ε	T^{-2}	радиан в секунду в квадрате	рад/с ²	–
Частота	ν	T^{-1}	герц	Гц	–
Сила	F	LMT^{-2}	ньютон	Н	1 дин = 10 ⁻⁵ Н
Импульс	P	LMT^{-1}	ньютон-секунда	Н·с	–
Работа, энергия	A, W	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж	1 эрг = 10 ⁻⁷ Дж 1 кал = 4,187 Дж 1 эВ = 1,6·10 ⁻¹⁹ Дж
Мощность	N, P	$L^2 M T^{-3}$	ватт	Вт	1 л.с. = 735,499 Вт
Момент силы	M	$L^2 M T^{-2}$	ньютон-метр	Н·м	–
Момент инерции	I, J	$L^2 M$	килограмм-квадратный метр	кг·м ²	–
Момент импульса	L, l	$L^2 M T^{-1}$	джоуль-секунда	Дж·с	–
Коэффициент динамической вязкости	η	$L^{-1} M T^{-1}$	паскаль-секунда	Па·с	1 пуаз = 1 г/(см·с) = 0,1 Па·с
Плотность (объемная масса)	ρ	$L^{-3} M$	килограмм на кубический метр	кг/м ³	–
Давление	p	$L^{-1} M T^{-2}$	паскаль	Па	1 мм рт. ст. = 133,3 Па 1 атм = 1,013·10 ⁵ Па
Массовый расход	G_m	$M T^{-1}$	Килограмм в секунду	кг/с	–
Объемный расход	G_V	$L^3 T^{-1}$	кубический метр в секунду	м ³ /с	–
Количество теплоты	Q	$L^2 M T^{-2}$	джоуль	Дж	1 кал = 4,187 Дж
Теплоемкость системы	C	$L^2 M T^{-2} \Theta^{-1}$	джоуль на кельвин	Дж/К	1 кал/К = 4,187 Дж/К
Удельная теплоемкость	c	$L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	1 кал/(г·К) = 4,187·10 ³ Дж/(г·К)
Плотность теплового потока	q	$M T^{-3}$	Ватт на квадратный метр	Вт/м ²	–
Коэффициент теплопроводности	λ	$L M T^{-3} \Theta^{-1}$	ватт на метр-кельвин	Вт/(м·К)	1 кал/(см·с·К) = 4,187·10 ² Вт/(м·К)
Энтропия	S	$L^2 M T^{-2} \Theta^{-1}$	джоуль на кельвин	Дж/К	–

Учебное издание

Варава Александр Николаевич
Вершинина Юлия Владимировна
Захаренков Александр Валентинович
Зверев Михаил Алексеевич
Иванов Дмитрий Александрович
Иванова Ирина Викторовна
Манухин Владимир Владимирович
Перегудов Дмитрий Владимирович
Федорович Сергей Дмитриевич
Щербаков Пётр Петрович

**МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

Лабораторный практикум

Редактор С.В. Казакова
Компьютерная верстка Ю.В. Макаровой

Подписано в печать 20.07.22.	Печать офсетная.	Формат 60x84 1/16
Печ. л. 10,75.	Тираж 300 экз.	Изд. № 22у-033
		Заказ

Оригинал-макет подготовлен в РИО НИУ «МЭИ».
111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14.
Отпечатано в типографии НИУ «МЭИ».
111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 13.