

### 1.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.1. Автомобиль движется по прямой дороге со скоростью  $v_0 = 150$  км/ч. Водитель, увидев впереди препятствие, начинает тормозить. Скорость автомобиля меняется по закону  $v = v_0 + kt^2$ , где  $k = -3,5$  м/с<sup>3</sup>. Найдите время  $t_1$ , прошедшее до остановки и тормозной путь  $s$  автомобиля. Является ли движение автомобиля равнопеременным?

1.2. Колесо радиусом  $R = 0,1$  м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением  $\varphi = Bt + Ct^3$ , где  $B = 2$  рад/с;  $C = -1$  рад/с<sup>3</sup>. Является ли данное вращение равнопеременным, ускоренным, замедленным? Найдите начальную угловую скорость, а также угловую скорость и угловое ускорение спустя  $t = 2$  с после начала движения. Укажите эти величины на рисунке. Чему равно нормальное, тангенциальное и полное ускорение точки, лежащей на ободу колеса, через  $t = 2$  с от начала движения?

1.3. За время движения в канале ствола пули сделала  $n = 1$  оборот. Какова угловая скорость вращения пули в момент вылета, если линейная скорость  $v = 800$  м/с, а длина ствола  $l = 1$  м? Вращение и поступательное движение считать равноускоренными.

1.4. Радиус-вектор материальной точки изменяется по закону

$$\vec{r} = (b \cos \omega t) \vec{i} + (b \sin \omega t) \vec{j},$$

где  $\omega$  и  $b$  — постоянные величины.

Определите значения скорости и ускорения точки в произвольный момент времени  $t$ . Найдите уравнение траектории точки и начертите ее в координатах  $x, y$ .

1.5. Камень брошен со скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = \pi/3$  к горизонту. Напишите уравнения движения камня:  $x(t)$  и  $y(t)$ . Найдите уравнение траектории камня и начертите ее в координатах  $x, y$ . Определите дальность полета камня и максимальную высоту подъема. При каком условии при заданной начальной скорости дальность полета будет максимальной? Определите нормальное и тангенциальное ускорения в верхней точке траектории. Сопоставлением воздуха пренебречь.

1.6. Диск катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр масс движется с постоянным ускорением  $a = 0,025$  м/с<sup>2</sup> ( $v_0 = 0$ ). Найдите модуль и направление скорости концов горизонтального диаметра через  $t = 2$  с после начала движения.

1.7. Тело движется по окружности радиусом  $R$  против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Центр окружности совпадает с началом декартовой прямоугольной системы координат и в момент  $t = 0$  тело находилось в точке с координатами  $(R, 0)$ . Найдите  $x, y, v_x, v_y, a_x, a_y$  как функции времени. Найдите модуль скорости и модуль ускорения. Докажите, что  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ .

1.8. Какой начальной скоростью  $v_0$  должна обладать сигнальная ракета, выпущенная из ракетницы под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту, чтобы она вспыхнула в наивысшей точке своей траектории, если время горения запала ракеты  $t = 6$  с? Сопоставление воздуха движению ракеты не учитывать.

1.9. Материальная точка движется в плоскости, причем ее координаты определяются уравнениями:

$$x = A \cos \omega t; \quad y = B \sin \omega t,$$

где  $A, B, \omega$  — заданные величины.

Найдите уравнение траектории. Начертите траекторию в декартовой системе координат. Определите радиусы кривизны траектории в точках пересечения ее с осями координат.

1.10. Тело движется по прямой так, что его ускорение пропорционально скорости:  $a_x = -\alpha v_x$ . Найдите закон движения и путь, пройденный телом до остановки, если начальная скорость тела  $v_0 = 10$  м/с;  $\alpha = 1$  с<sup>-1</sup>;  $x(0) = 0$ .

1.11. Частица начинает движение из начала координат вдоль оси  $x$  с начальной скоростью  $v_0$ . Зависимость скорости от координаты задается выражением  $v_x = v_0 - \alpha x$ , где  $\alpha > 0$ . Найдите закон движения частицы.

1.12. Диск радиусом  $R$  катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью  $v_0$ . Найдите геометрическое место точек, лежащих на диске, модули скорости которых равны  $v_0$ .

1.13. На шкив радиусом  $R$  намотана нить, к концу которой привязан груз (рис. 1.9). Груз начинает двигаться равноускоренно и за время  $t$  проходит путь  $s$ . Найдите угловое ускорение шкива в тот момент, когда груз опустится на расстояние  $s$ .

1.14. Автомобиль движется со скоростью  $v_0 = 20$  м/с. Найдите частоту вращения колес автомобиля, если они катятся по шоссе без скольжения, а внешний диаметр покрышек колес  $d = 0,6$  м. Найдите радиусы кривизны траектории точек  $B$  и  $C$  лежащих на внешней поверхности колеса (рис. 1.10).

1.15. Три черепахи находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a$ . Они начинают одновременно двигаться со скоростью  $v$ , постоянной по модулю, причем первая черепаха держит курс на вторую, вторая на третью, а третья на первую. Через какое время они встретятся.

1.16. По графику зависимости  $v_x(t)$  (рис. 1.11) постройте графики зависимостей от времени координаты  $x(t)$ , пройденного пути  $s(t)$  и ускорения  $a_x(t)$  движущейся прямолинейно точки; принять  $x(0) = 0$ ;  $s(0) = 0$ ;  $a > \beta$ .

1.17. В некоторый момент времени угол между направлениями векторов скорости  $\vec{v}$  и полного ускорения  $\vec{a}$  движущейся матери-

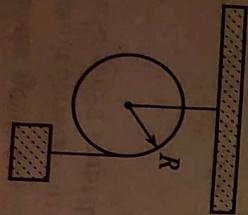


Рис. 1.9

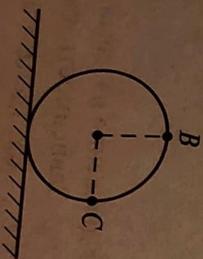


Рис. 1.10

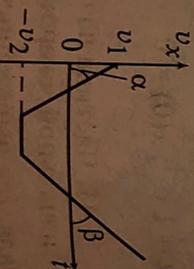


Рис. 1.11

альной точки равен  $\alpha$  (рис. 1.12). Опишите характер движения точки в этот момент времени (прямолинейное, криволинейное, ускоренное, замедленное, модуль скорости не меняется).

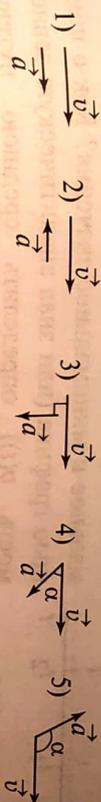


Рис. 1.12

1.18. В некоторый момент времени скорость  $\vec{v}$  материальной точки и ее ускорение  $\vec{a}$  заданы и изображены на рис. 1.13. Изобразите на рисунке векторы  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$ . Нарисуйте небольшой участок траектории вблизи точки  $B$  и определите радиус кривизны  $\rho$  траектории в точке  $B$ .

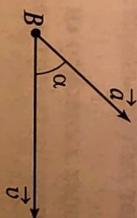


Рис. 1.13

1.19. На рис. 1.14 изображена траектория материальной точки. На участке 1—2 модуль скорости точки возрастает; на участке 2—3 — убывает; на участке 3—4 — остается постоянным. Покажите направление ускорения  $\vec{a}$  на каждом участке.



Рис. 1.14

1.20. Шарик висит на длинной нити (рис. 1.15). Его отвели от положения равновесия на угол  $\alpha = 90^\circ$  (положение 1) и отпустили. Укажите направления нормального, тангенциального и полного ускорений в точках 1, 2, 3.

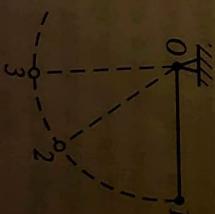


Рис. 1.15

1.21. Тело брошено с поверхности Земли со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха определите качественно, как изменяются нормальное, тангенциальное и полное ускорение при подъеме тела.