

1.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.1. Автомобиль движется по прямой дороге со скоростью $v_0 = 150$ км/ч. Водитель, увидев впереди препятствие, начинает тормозить. Скорость автомобиля меняется по закону $v = v_0 + kt^2$, где $k = -3,5$ м/с³. Найдите время t_1 , прошедшее до остановки и тормозной путь s автомобиля. Является ли движение автомобиля равнопеременным?

1.2. Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением $\varphi = Bt + Ct^3$, где $B = 2$ рад/с; $C = -1$ рад/с³. Является ли данное вращение равнопеременным, ускоренным, замедленным? Найдите начальную угловую скорость, а также угловую скорость и угловое ускорение спустя $t = 2$ с после начала движения. Укажите эти величины на рисунке. Чему равно нормальное, тангенциальное и полное ускорение точки, лежащей на ободу колеса, через $t = 2$ с от начала движения?

1.3. За время движения в канале ствола пули сделала $n = 1$ оборот. Какова угловая скорость вращения пули в момент вылета, если линейная скорость $v = 800$ м/с, а длина ствола $l = 1$ м? Вращение и поступательное движение считать равноускоренными.

1.4. Радиус-вектор материальной точки изменяется по закону

$$\vec{r} = (b \cos \omega t) \vec{i} + (b \sin \omega t) \vec{j},$$

где ω и b — постоянные величины.

Определите значения скорости и ускорения точки в произвольный момент времени t . Найдите уравнение траектории точки и начертите ее в координатах x, y .

1.5. Камень брошен со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = \pi/3$ к горизонту. Напишите уравнения движения камня: $x(t)$ и $y(t)$. Найдите уравнение траектории камня и начертите ее в координатах x, y . Определите дальность полета камня и максимальную высоту подъема. При каком условии при заданной начальной скорости дальность полета будет максимальной? Определите нормальное и тангенциальное ускорения в верхней точке траектории. Сопоставлением воздуха пренебречь.

1.6. Диск катится без скольжения по горизонтальной плоскости так, что его центр масс движется с постоянным ускорением $a = 0,025$ м/с² ($v_0 = 0$). Найдите модуль и направление скорости концов горизонтального диаметра через $t = 2$ с после начала движения.

1.7. Тело движется по окружности радиусом R против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω . Центр окружности совпадает с началом декартовой прямоугольной системы координат и в момент $t = 0$ тело находилось в точке с координатами $(R, 0)$. Найдите x, y, v_x, v_y, a_x, a_y как функции времени. Найдите модуль скорости и модуль ускорения. Докажите, что $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$.

1.8. Какой начальной скоростью v_0 должна обладать сигнальная ракета, выпущенная из ракетницы под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, чтобы она вспыхнула в наивысшей точке своей траектории, если время горения запала ракеты $t = 6$ с? Сопоставление воздуха движению ракеты не учитывать.

1.9. Материальная точка движется в плоскости, причем ее координаты определяются уравнениями:

$$x = A \cos \omega t; \quad y = B \sin \omega t,$$

где A, B, ω — заданные величины.

Найдите уравнение траектории. Начертите траекторию в декартовой системе координат. Определите радиусы кривизны траектории в точках пересечения ее с осями координат.

1.10. Тело движется по прямой так, что его ускорение пропорционально скорости: $a_x = -\alpha v_x$. Найдите закон движения и путь, пройденный телом до остановки, если начальная скорость тела $v_0 = 10$ м/с; $\alpha = 1$ с⁻¹; $x(0) = 0$.

1.11. Частица начинает движение из начала координат вдоль оси x с начальной скоростью v_0 . Зависимость скорости от координаты задается выражением $v_x = v_0 - \alpha x$, где $\alpha > 0$. Найдите закон движения частицы.

1.12. Диск радиусом R катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости со скоростью v_0 . Найдите геометрическое место точек, лежащих на диске, модули скорости которых равны v_0 .

1.13. На шкив радиусом R намотана нить, к концу которой привязан груз (рис. 1.9). Груз начинает двигаться равноускоренно и за время t проходит путь s . Найдите угловое ускорение шкива в тот момент, когда груз опустится на расстояние s .

1.14. Автомобиль движется со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Найдите частоту вращения колес автомобиля, если они катятся по шоссе без скольжения, а внешний диаметр покрышек колес $d = 0,6$ м. Найдите радиусы кривизны траектории точек B и C лежащих на внешней поверхности колеса (рис. 1.10).

1.15. Три черепахи находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a . Они начинают одновременно двигаться со скоростью v , постоянной по модулю, причем первая черепаха держит курс на вторую, вторая на третью, а третья на первую. Через какое время они встретятся.

1.16. По графику зависимости $v_x(t)$ (рис. 1.11) постройте графики зависимостей от времени координаты $x(t)$, пройденного пути $s(t)$ и ускорения $a_x(t)$ движущейся прямолинейно точки; принять $x(0) = 0$; $s(0) = 0$; $a > \beta$.

1.17. В некоторый момент времени угол между направлениями векторов скорости \vec{v} и полного ускорения \vec{a} движущейся матери-

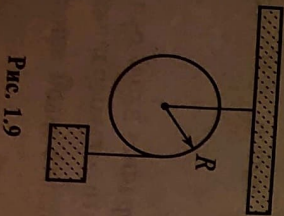


Рис. 1.9

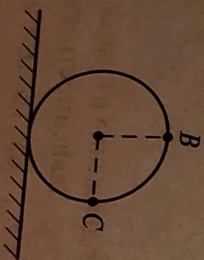


Рис. 1.10

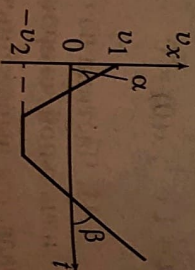


Рис. 1.11

альной точки равен α (рис. 1.12). Опишите характер движения точки в этот момент времени (прямолинейное, криволинейное, ускоренное, замедленное, модуль скорости не меняется).

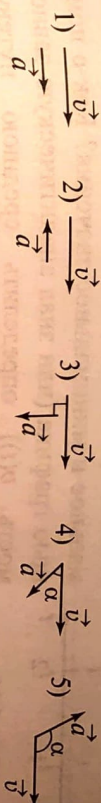


Рис. 1.12

1.18. В некоторый момент времени скорость \vec{v} материальной точки и ее ускорение \vec{a} заданы и изображены на рис. 1.13. Изобразите на рисунке векторы \vec{a}_n и \vec{a}_τ . Нарисуйте небольшой участок траектории вблизи точки B и определите радиус кривизны ρ траектории в точке B .

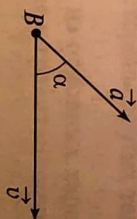


Рис. 1.13

1.19. На рис. 1.14 изображена траектория материальной точки. На участке 1—2 модуль скорости точки возрастает; на участке 2—3 — убывает; на участке 3—4 — остается постоянным. Покажите направление ускорения \vec{a} на каждом участке.



Рис. 1.14

1.20. Шарик висит на длинной нити (рис. 1.15). Его отвели от положения равновесия на угол $\alpha = 90^\circ$ (положение 1) и отпустили. Укажите направления нормального, тангенциального и полного ускорений в точках 1, 2, 3.

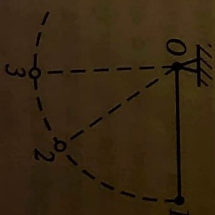


Рис. 1.15

1.21. Тело брошено с поверхности Земли со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха определите качественно, как изменяются нормальное, тангенциальное и полное ускорение при подъеме тела.