

мой отсчета!). Заменяем векторную запись второго закона Ньютона двумя скалярными равенствами с учетом выбора осей:

$$(x): T \sin \alpha + N = m a_n; \quad (2.9)$$

$$(y): T \cos \alpha - m g = 0. \quad (2.10)$$

В полученной системе уравнений неизвестны: T , N , a_n , α . Рассмотрим дополнительные соотношения. Нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{\tau^2} R, \quad (2.11)$$

где ω — угловая скорость; τ — период вращения тела.

Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{N} = -\vec{Q}$, или

$$N = Q, \quad (2.12)$$

где Q — сила давления тела на сферу. По условию задачи

$$Q = 0. \quad (2.13)$$

Решая совместно уравнения (2.9)—(2.13) относительно τ , получаем

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2 \text{ с}. \quad (2.14)$$

Пример 3. Через блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,2 \text{ кг}$. Ось блока прикреплена к потолку лифта, поднимающегося с ускорением $a_0 = 1,2 \text{ м/с}^2$ (рис. 2.3). Определите силу натяжения нити.

Решение. Решаем задачу в неинерциальной системе отсчета, связанной с лифтом. В этом случае на рассматриваемые тела (грузы m_1 и m_2) кроме сил \vec{T} , \vec{T}' , $m_1 \vec{g}$, $m_2 \vec{g}$, определяемых взаимодействиями с другими телами, действуют силы инерции

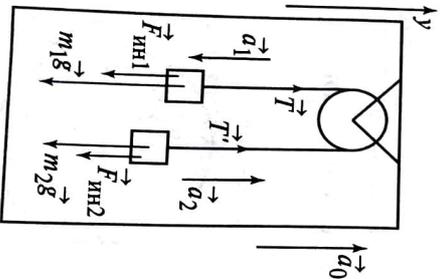


Рис. 2.3

2.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

$\vec{F}_{ин1}$ и $\vec{F}_{ин2}$ как результат того, что движение тел рассматривается в неинерциальной системе отсчета. Для каждого из тел:

$$\vec{T} + m_1 \vec{g} + \vec{F}_{ин1} = m_1 \vec{a}_1,$$

$$\vec{T}' + m_2 \vec{g} + \vec{F}_{ин2} = m_2 \vec{a}_2,$$

$$\vec{F}_{ин1} = -m_1 \vec{a}_0,$$

$$\vec{F}_{ин2} = -m_2 \vec{a}_0;$$

где \vec{a}_1 и \vec{a}_2 — ускорения грузов относительно лифта.

Выберем ось y , направленную вертикально вверх. Законы движения в выбранной системе координат имеют вид:

$$T - F_{ин1} - m_1 g = -m_1 a_1, \quad (2.15)$$

$$T' - F_{ин2} - m_2 g = m_2 a_2, \quad (2.16)$$

Запишем дополнительные условия. Так как нить нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$.

Так как массы нити и блока равны нулю, то $T = T'$. (2.18)

Модули сил инерции (2.19)

$$F_{ин1} = m_1 a_0, \quad F_{ин2} = m_2 a_0.$$

Решая уравнения (2.15)—(2.19), получаем

$$T = \frac{2m_1 m_2 (a_0 + g)}{m_1 + m_2} = 4,6 \text{ Н}.$$

2.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.1. Какую горизонтальную силу F необходимо приложить к системе, изображенной на рис. 2.4, чтобы тела 1 и 2, связанные нерастяжимой нитью, не двигались относительно тела 3. Трение между телами 1 и 3, 2 и 3, а также между телом 3 и горизонтальной плоскостью отсутствует. Массы тел соответственно равны m_1 , m_2 и m_3 . Решите задачу в

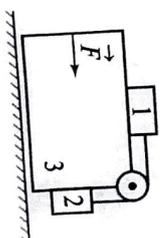


Рис. 2.4

системе отсчета, связанной с неподвижной горизонтальной плоскостью, и в системе отсчета, связанной с телом 3.

2.2. Цилиндрический сосуд с водой вращается с частотой $\nu = 2$ об/с относительно оси симметрии. Поверхность жидкости имеет вид воронки. Чему равен угол α наклона поверхности жидкости к плоскости горизонта в точках, лежащих на расстоянии $r = 5$ см от оси? Докажите, что поверхность жидкости представляет собой параболоид вращения.

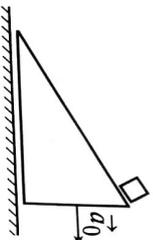


Рис. 2.5

2.3. На вершине наклонной плоскости длиной l , образующей угол α с гладкой горизонтальной поверхностью, находится тело. Плоскость начинает двигаться в горизонтальном направлении с ускорением a_0 (рис. 2.5). За какое время t тело соскользнет с наклонной плоскости, если коэффициент трения между телом и плоскостью μ .

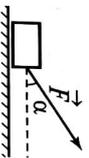


Рис. 2.6

2.4. Брусок тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости (рис. 2.6). Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ . Найдите угол α , при котором натяжение нити будет наименьшим.

2.5. Автомобиль начинает движение с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 0,6$ м/с² по горизонтальной поверхности, опираясь окружность радиусом $R = 40$ м. Коэффициент трения скольжения между колесами автомобиля и дорогой равен $\mu = 0,2$. Какой путь пройдет автомобиль до начала заноса? (Под заносом будем понимать неуправляемое скольжение автомобиля на повороте.)

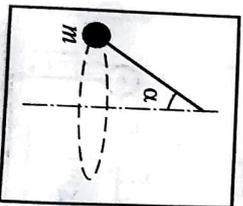


Рис. 2.7

2.6. К потолку лифта, поднимающегося с ускорением $a = 0,1g$, подвешен конический маятник (рис. 2.7). Длина нити $l = 0,5$ м, масса груза $m = 3$ кг, $\alpha = \pi/6$. Найдите натяжение нити и угловую скорость вращения маятника. Решите задачу в инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, и в неинерциальной системе отсчета, связанной с лифтом.

2.7. Два тела массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, соединенные пружиной, жесткость которой $k = 300$ Н/м, лежат на горизонтальной плоскости. К телу m_2 приложили силу $F = 10$ Н под углом $\alpha = \pi/6$ к горизонту. Трение между телом m_1 и плоскостью отсутствует, а коэффициент трения между телом m_2 и плоскостью $\mu = 0,5$. Найдите ускорение a системы и удлинение Δl пружины в установившемся движении. Массой пружины пренебречь.

2.8. Поезд движется в горизонтальной плоскости по закругленному участку пути. Шарик, подвешенный на невесомой нити к потолку вагона, отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 6^\circ$. Определите радиус закругления, если скорость поезда $v = 72$ км/ч.

2.9. Тело массой $m = 1$ кг лежит на горизонтальной плоскости. К телу приложили силу F , направленную под углом α к горизонту (см. рис. 2.6). Коэффициент трения между поверхностью тела и плоскостью равен μ . Определите ускорение тела в следующих случаях: а) $\alpha = 0$, $\mu = 0,2$, $F = 0,5$ Н; 2 Н; 2,5 Н; б) $\alpha = \pi/6$, $\mu = 0,2$; $F = 4$ Н. Проанализируйте зависимость силы трения от силы F при заданном угле α .

2.10. К ободу легкого колеса радиусом R прилепили изнутри пластилиновый шарик. Колесо катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. При какой минимальной скорости v_0 колеса оно начнет подпрыгивать?

2.11. Шар массой m лежит в ящике, соскальзывающем с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Найдите силы, с которыми шар давит на дно и переднюю стенку ящика. Рассмотрите два случая: 1) трение между ящиком и наклонной плоскостью отсутствует; 2) коэффициент трения между ящиком и наклонной плоскостью равен μ .

2.12. Определите силы натяжения нитей в системе, изображенной на рис. 2.8. Массами блока и нитей пренебречь, $m_2 > m_1$.

2.13. Гибкий канат длиной l и массой m перекинут через неподвижный блок так, что центр каната C находится ниже оси блока на расстоянии y_0 (рис. 2.9). Определите ускорение каната в этот момент времени и силу натяжения в сечении каната, проходящем через точку C . Масса и радиус блока пренебрежимо малы, трение отсутствует.

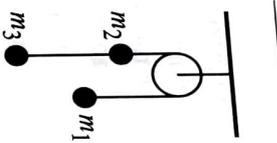


Рис. 2.8

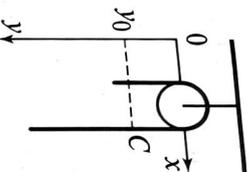


Рис. 2.9

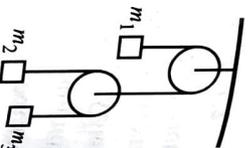


Рис. 2.10

2.14. Постройте графики зависимости $a = f(v)$ и $T = f(v)$ — силы натяжения каната в сечении, проходящем через точку C , от координаты этой точки y_C .

2.14. Определите ускорения грузов и силы натяжения нитей в системе, изображенной на рис. 2.10. Массами блоков и нитей пренебречь, нити нерастяжимы. Массы грузов m_1, m_2, m_3 заданы.

2.15. Груз массой m_1 находится на столе, который движется горизонтально с ускорением a (рис. 2.11). К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен второй груз массой m_2 . Найдите силу натяжения нити, если коэффициент трения между столом и грузом m_1 , который скользит относительно стола, равен μ . Считать, что колебания груза m_2 отсутствуют. Массами блока и нити пренебречь. Нить нерастяжима.

2.16. Сферическая чаша радиусом R вращается относительно вертикального диаметра. В чаше, как показано на рис. 2.12, находится небольшое тело. В каких пределах может меняться угловая скорость вращения, чтобы тело не соскальзывало? Угол α и коэффициент трения μ между телом и поверхностью чаши известны.

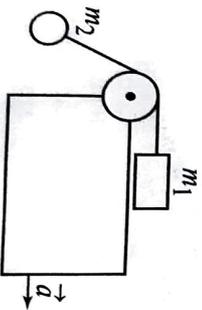


Рис. 2.11

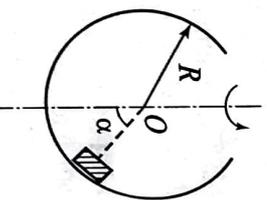


Рис. 2.12

2.17. Небольшое тело положили на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом и толкнули горизонтально со скоростью v_0 . Коэффициент трения $\mu = \text{tg}\alpha$. Найдите зависимость скорости тела от угла φ между \vec{v} и осью x , роста тела вдоль наклонной плоскости (рис. 2.13). Указание: докажите, что $a_x = -a_r$.

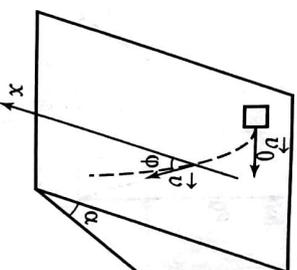


Рис. 2.13

2.18. Два тела соединены невесомой пружинной и лежат на гладкой горизонтальной плоскости. Масса правого тела m_1 , левого — m_2 , причем $m_1 > m_2$. Дну и ту же силу F прикладывают вначале к правому телу и тянут систему вправо с ускорением a , а затем к левому телу и тянут систему влево с тем же ускорением. В каком случае удлинение пружины будет больше?

2.19. Тело массой m подвесили к потолку лифта с помощью легкой пружины, жесткость которой k . Найти удлинение пружины Δl если: 1) лифт движется равномерно вниз со скоростью v ; 2) лифт поднимается вверх с ускорением a ; 3) лифт свободно падает.

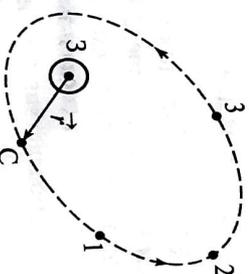


Рис. 2.14

2.20. Спутник C движется вокруг Земли по эллиптической траектории (рис. 2.14). В точках 1, 2, 3 траектории спутника укажите направление силы, действующей на спутник. Как в этих точках направлено ускорение \vec{a} спутника? Как можно охарактеризовать движение (ускоренное, замедленное, равномерное) спутника в этих точках. Укажите направление нормального и тангенциального ускорения спутника в этих точках. Напишите выражение для вектора силы \vec{F} , действующей на спутник со стороны Земли (начало радиус-вектора поместить в центре Земли, положение спутника задать радиус-вектором \vec{r}).

2.21. На полу лифта лежит тело массой m . Лифт опускается вниз, причем модуль его скорости зависит от времени так, как показано на

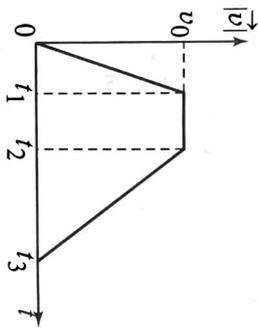


Рис. 2.15

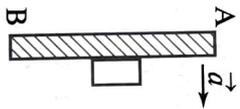


Рис. 2.16

рис. 2.15. Найдите силу Q давления тела на пол лифта на разных этапах движения. Постройте график зависимости $Q(t)$.

2.22. Брусок массой $m = 1$ кг находится на наклонной плоскости, угол наклона которой к горизонту может меняться ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$). Начертите графики зависимостей силы трения и ускорения бруска от угла α , если коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0,5$.

2.23. Автомобиль движется прямолинейно по горизонтальной дороге. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Укажите, какие силы действуют на автомобиль? Чему равна равнодействующая сил \vec{R} действующих на автомобиль и куда она направлена. Рассмотреть три случая: 1) равномерное движение; 2) ускоренное движение; 3) замедленное движение.

2.24. Вертикальная стенка AB движется горизонтально с некоторым ускорением (рис. 2.16). Коэффициент трения между стенкой и прижатым к ней телом равен μ . При каком минимальном ускорении a тело не будет соскальзывать со стенки. Найдите в этом случае силу Q взаимодействия тела и стенки. Масса тела равна m .

ИМПУЛЬС МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И СИСТЕМЫ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

Понятие импульса материальной точки, импульса силы, теорема об изменении импульса материальной точки (второй закон Ньютона) были изложены в гл. 2.

3.1.1. Импульс системы материальных точек (тел)

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i,$$

где $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ — импульсы материальных точек, входящих в систему.

3.1.2. **Центром масс (центром инерции) системы материальных точек** называется такая точка C , положение которой в пространстве относительно выбранного начала координат определяется выражением

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M},$$

где \vec{r}_i — радиус-вектор i -й материальной точки относительно того же начала координат; M — масса всей системы.

3.1.3. **Закон движения центра масс системы материальных точек:** центр масс механической системы движется как материальная точка, масса которой равна массе всей системы, под действием всех внешних сил, приложенных к системе

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}} \quad \text{или} \quad M \vec{a}_C = \sum_i \vec{F}_i^{\text{внеш}}.$$