

Для ответа на второй вопрос задачи рассмотрим скольжение лодки с человеком. К началу этого этапа лодка еще практически не сместилась, но приобрела скорость \vec{u}_0 . В конце — лодка остановилась под действием силы сопротивления

$$\vec{P}_1 = (m_1 + m_2)\vec{u}_0, \quad \vec{P}_2 = 0. \tag{3.13}$$

Запишем для лодки с человеком изменение импульса в виде

$$\Delta\vec{P} = \int_0^t (\sum \vec{F}) dt,$$

или

$$\vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_0^{t_1} [(m_1 + m_2)\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_c] dt, \tag{3.14}$$

где t_1 — время движения до остановки.

Спроецировав уравнение (3.14) на ось x и учтя (3.13), получаем

$$-(m_1 + m_2)u_0 = - \int_0^{t_1} F_c dt \quad \text{или} \quad (m_1 + m_2)u_0 = \alpha \int_0^{t_1} u dt,$$

где u — мгновенная скорость лодки с человеком.

Интеграл $\int_0^{t_1} u dt$ выражает путь s , пройденный лодкой до остановки. Последнее уравнение совместно с (3.12) позволяет найти

$$s = \frac{m_1 v_0}{\alpha}.$$

Отметим, что движение лодки в воде не является равнопеременным ($a \neq \text{const}$), а поэтому стандартные кинематические формулы для равнопеременного движения не позволяют найти величину s .

3.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.1. Платформа длиной l и массой m_1 может перемещаться без трения по гладкой горизонтальной поверхности. Человек массой m_2 переходит с одного конца платформы на другой ее конец. На какое расстояние сдвинется при этом платформа?

3.2. Шар массой $m_1 = 2$ кг, летящий со скоростью $\vec{v}_1 = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ ($A = 3$ м/с, $B = 2$ м/с, $C = -1$ м/с), испытывает абсолютно неупругое столкновение с шаром массой $m_2 = 3$ кг, имеющим в момент соударения скорость $\vec{v}_2 = A'\vec{i} + B'\vec{j} + C'\vec{k}$ ($A' = -2$ м/с, $B' = 2$ м/с, $C' = 4$ м/с). Определите скорости шаров после удара. Действием других тел пренебречь.

3.3. Платформа массой m_0 движется горизонтально с постоянной скоростью v_0 . В момент времени $t = 0$ сверху на платформу начинает сыпаться песок. Расход песка Q_m кг/с. Найти зависимость скорости платформы от времени.

3.4. На конце длинной тележки массой $m_1 = 20$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг, который начинает идти вдоль тележки с относительной скоростью $v' = 1$ м/с. Пренебрегая массами колес и силой трения, определите скорость тележки.

3.5. Деревянный куб массой m_1 движется по гладкой горизонтальной плоскости со скоростью $\vec{v}_1 = \text{const}$. Пуля массой m_2 , летящая с горизонтальной скоростью \vec{v}_2 , попадает в куб и застревает в нем. Найдите модуль и направление скорости \vec{u} совместного движения куба и пули сразу после столкновения, если угол между их начальными скоростями равен $\pi/2$.

3.6. Платформа массой m_0 начинает двигаться под действием постоянной горизонтальной силы \vec{F} . Из неподвижного бункера на нее высыпается песок. Расход песка Q_m кг/с. Найти зависимость от времени скорости и ускорения платформы. Силой трения пренебречь.

3.7. Шар массой $m = 0,15$ кг скользит по гладкой горизонтальной плоскости со скоростью $v = 6$ м/с и ударяется о гладкую вертикальную стенку так, что угол между векторами скоростей до и после удара равен $\alpha = \pi/3$. Считая удар упругим, определите продолжительность удара, если известно, что средняя сила удара $F = 200$ Н.

3.8. Молот массой $m = 10$ кг падает на горячую поковку с высоты $h = 1,25$ м. Найдите среднюю силу, действующую на поковку, если удар абсолютно неупругий, а длительность удара $\tau = 0,01$ с.

3.9. Струя воды ударяется о гранитную стенку под углом $\alpha = \pi/3$ к нормали и упруго отражается от нее с такой же по модулю скоростью. Найдите давление струи на стенку, если скорость воды в струе $v = 12$ м/с. Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³. Как изменится решение задачи, если стенка пористая и скорость струи при соприкосновении со стенкой целиком гасится?

3.10. Спутник Земли, средняя площадь поперечного сечения которого $S = 1$ м², движется по круговой орбите на высоте $H = 200$ км, где плотность воздуха равна $\rho = 1,6 \cdot 10^{-10}$ кг/м³. Считая соударения молекул воздуха со спутником абсолютно неупругими, определите силу сопротивления воздуха. Радиус Земли $R = 6400$ км.

3.11. На краю платформы, описанной в задаче 3.1, сидит лягушка массой m_2 . С какой минимальной скоростью должна она прыгнуть, чтобы попасть на другой конец платформы?

3.12. Найдите скорость, которую приобретет тело массой $m = 1$ кг через $\tau = 10$ с после начала движения под действием единственной переменной силы, зависимость модуля которой от времени имеет вид $F = -C_1 t^2 + C_2 t$, где $C_1 = 0,2$ Н/с²; $C_2 = 2$ Н/с.

3.13. Два мальчика массой m_1 каждый стоят на конце тележки массой m_2 . Мальчики последовательно прыгают с тележки в одном направлении, причем горизонтальная скорость мальчиков относительно тележки одинакова и равна v_0 . Какую скорость приобретет тележка после прыжка первого мальчика и после прыжка второго мальчика? Будет ли скорость, которую приобретет тележка после прыжка второго мальчика, больше или меньше скорости, которую она приобрела бы, если бы оба мальчика прыгнули одновременно? Трением между тележкой и Землей пренебречь.

3.14. Грузовой автомобиль массой $m_1 = 3 \cdot 10^3$ кг движется по инерции со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Когда он проезжал под эстакадой, в кузов упал сверху предмет массой $m_2 = 100$ кг. Предмет продолжал некоторое время двигаться с автомобилем, затем он выпал из кузова. Пренебрегая сопротивлением движению, определите, как будет меняться скорость автомобиля.

3.15. Платформа движется горизонтально с постоянной скоростью v_0 . В момент времени $t = 0$ сверху на платформу начинает сыпаться песок. Расход песка Q_m . Стоящий на платформе рабочий сбрасывает песок без начальной скорости относительно платформы так, что песок не успевает скапливаться на платформе. Найти зависимость скорости платформы от времени. Масса платформы и рабочего m_0 .

3.16. Снаряд, летящий в поле тяжести Земли, разорвался на множество осколков. Опишите траекторию центра масс снаряда.

3.17. Тележка с песком движется по горизонтальной дороге по инерции. В некоторый момент времени песок начал высыпаться через отверстие в дне тележки. Как изменится скорость тележки (увеличится, уменьшится, останется неизменной)?