

мая. В каждой точке

$$W_I = W_{II} + W_K,$$

откуда кинетическая энергия частицы равна

$$W_K(x) = W_I - W_{II}(x) = W_I - W(x).$$

В точке $x = x_1$ потенциальная энергия частицы минимальна, значит кинетическая имеет наибольшее значение. При удалении частицы из этой точки в любую сторону на нее действует тормозящая сила, скорость и W_K убывают.

В точках, соответствующих точкам пересечения графиков W_I и $W(x)$, $v = 0$, частица останавливается и начинает движение в противоположном направлении. Так определяется область координат, доступных частице с полной энергией W_I . Она не может преодолеть «потенциальные барьеры», ограничивающие ее движение, и совершает колебания в «потенциальной яме» шириной $x_B - x_A$, (где $W_K = W_I - W_{II} > 0$). Для частицы с большей энергией W_{II} доступная область шире (от x_C до x_D), но и ее движение финитно. Кроме того, частица с полной энергией W_I может иметь любую координату $x > x_6$ [где $W_I > W_{II}(x)$]. Аналогично частица с полной энергией W_{II} может двигаться в области пространства $x > x_4$. Частица, обладающая энергией W_{III} может иметь любую координату $x > x_E$. Причем скорость частицы возрастает, если на нее действует сила, направленная вдоль оси x . Примерный график зависимости v_x^2 показан на рис. 4.3, в.

4.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

4.1. Найдите скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно покинуло гравитационное поле Земли. Сопротивлением воздуха пренебречь. Радиус Земли $R = 6400$ км.

4.2. На каком минимальном расстоянии от места закругления склона должна располагаться стартовая площадка лыжника, чтобы он, достигнув закругления, начал свободный полет? Угол наклона α , радиус закругления R , коэффициент трения между лыжами и снегом $\mu < \text{tg}\alpha$. Стартовой скоростью лыжника и сопротивлением воздуха пренебречь (рис. 4.4).

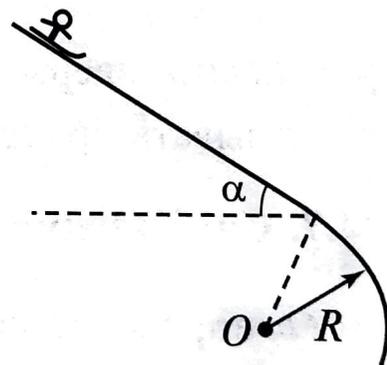


Рис. 4.4

4.3. Потенциальная энергия частицы в некотором поле зависит от ее координаты r по закону $W_{\text{п}}(r) = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$, где a и b — положительные постоянные.

Найдите:

1) функцию $F_r(r)$, определяющую зависимость проекции потенциальной силы на ось r от координаты; изобразите примерные графики зависимостей $W_{\text{п}}(r)$ и $F_r(r)$;

2) координату положения равновесия частицы в этом поле; характер равновесия (устойчивое, неустойчивое);

3) область координат, доступных для движения частицы, обладающей полной энергией $W = -\frac{b^2}{8a}$. Опишите характер движения частицы в этой области.

4.4. Потенциальная энергия взаимодействия зависит от координаты x по закону $W_{\text{п}} = \frac{k(x-l)^2}{2}$. Найдите зависимость проекции F_x потенциальной силы на ось x от координаты x . Изобразите примерные графики зависимостей $W_{\text{п}}(x)$ и $F_x(x)$.

4.5. Доску длиной $l = 3$ м, лежащую на Земле, медленно волоком проворачивают вокруг одного из ее концов на угол $\alpha = 45^\circ$. Масса доски $m = 80$ кг, коэффициент трения между доской и землей $\mu = 0,4$. Найдите работу, совершенную внешними силами.

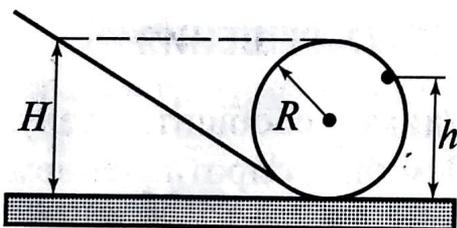


Рис. 4.5

4.6. Маленький брусок скользит без трения с высоты $H = 2R$ по наклонному желобу, переходящему в «мертвую петлю» радиусом R (рис. 4.5). На какой высоте h брусок оторвется от поверхности желоба? С какой силой брусок давит на желоб в тот момент, когда его скорость направлена вертикально вверх? С какой минимальной высоты H_{min} должен соскальзывать брусок, чтобы он мог пройти петлю целиком?

4.7. Сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов Q_1 и Q_2 определяется законом Кулона $F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$, где r — рассто-

яние между зарядами; k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. Найдите изменение потенциальной энергии взаимодействия двух положительных точечных зарядов Q_1 и Q_2 при изменении расстояния между ними от R_1 до R_2 .

4.8. Камень массой $m = 2$ кг брошен вертикально вниз с высоты $H = 250$ м с некоторой начальной скоростью v_0 . Камень погрузился в грунт на глубину $h = 0,2$ м. Считая, что средняя сила сопротивления грунта $F = 2,7 \cdot 10^4$ Н, определите начальную скорость камня v_0 . Сопротивлением воздуха пренебречь.

4.9. Спутник массой $m = 5 \cdot 10^2$ кг выведен на круговую орбиту на высоту $H = 10^3$ км от поверхности Земли. Рассчитайте изменение потенциальной энергии спутника. Радиус Земли принять равным $R = 6,4 \cdot 10^3$ км.

4.10. Сила, действующая на снаряд массой m в стволе орудия длиной l , нарастает равномерно от нуля до F_0 на участке ствола длиной l_1 и равномерно уменьшается до нуля на участке ствола длиной $(l - l_2)$ (рис. 4.6). Какова скорость снаряда при вылете из ствола?

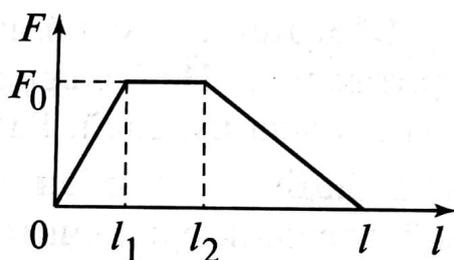


Рис. 4.6

4.11. Горизонтальный диск вращается относительно вертикальной оси симметрии с частотой $\nu = 1$ с⁻¹. Небольшое тело массой $m = 1$ кг перемещается в радиальном направлении из точки, находящейся на расстоянии $R_1 = 10$ см, в точку, находящуюся на расстоянии $R_2 = 50$ см от оси вращения. Найдите работу центробежной силы инерции.

4.12. Гибкий канат, описываемый в задаче 2.13 перекинут через блок, масса и радиус которого пренебрежимо малы. Трение в оси блока отсутствует. В начальный момент канат находится в положении равновесия, из которого его выводят, слегка потянув за один из концов. Найдите скорость каната в момент, когда он покидает блок.

4.13. Какую работу надо совершить, чтобы медленно погрузить в воду льдину с площадью поверхности $S = 2$ м², высотой $H = 0,5$ м? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,92 \cdot 10^3$ кг/м³.

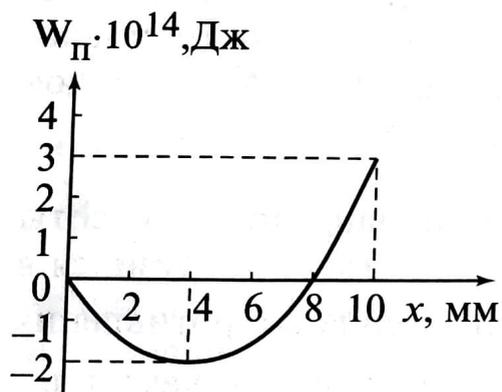


Рис. 4.7

4.14. Частица массой $m = 1,5 \cdot 10^{-26}$ кг находится в одномерном поле консервативных сил. График зависимости ее потенциальной энергии от координаты x представлен в масштабе на рис. 4.7

1) нарисуйте примерный график зависимости проекции потенциальной силы $F_x(x)$;

2) найдите положение равновесия частицы;

3) будет ли это равновесия устойчивым;

4) определите область координаты x , доступную для движения частицы, имеющей полную энергию $W = -1 \cdot 10^{-14}$ Дж;

5) какой должна быть скорость частицы при $x = 0$, чтобы она могла достигнуть точки с координатой $x_1 = 10$ мм?

4.15. Космический корабль движется к Луне под влиянием ее притяжения. На большом расстоянии скорость корабля относительно Луны была нулевой. Радиус Луны $R_{\text{л}} = 1700$ км. На какой высоте H должен быть включен тормозной двигатель для осуществления мягкой посадки, если считать, что двигатель создает пятикратную перегрузку относительно Луны. Изменением массы корабля за счет сгорания топлива пренебречь.

4.16. Выясните, являются ли потенциальными силовые поля, в которых силы определяются по законам:

$$\vec{F} = ay\vec{i};$$

$$\vec{F} = ax\vec{i} + by\vec{j},$$

где a и b — постоянные величины.

4.17. Является ли центробежная сила инерции, описанная в задаче 4.11, потенциальной?

4.18. Тело массой m двигалось со скоростью v_1 . Под действием нескольких сил скорость тела стала равна v_2 . Найдите работу равнодействующей всех сил, действующих на тело.

4.3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

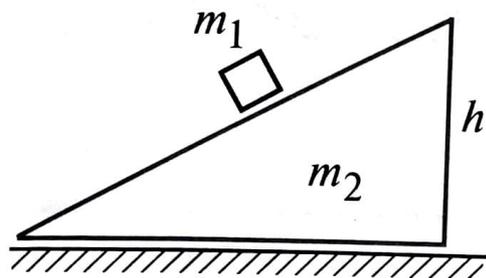


Рис. 4.8

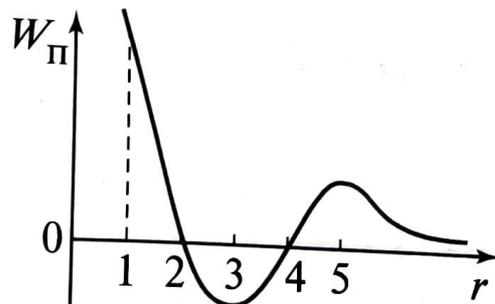


Рис. 4.9

4.19. Тело массой m находится на вершине наклонной плоскости высотой h . Тело начинает соскальзывать и, пройдя некоторый путь по горизонтальной поверхности, останавливается. Какую работу надо совершить, чтобы втащить тело в первоначальную точку по тому же пути? Коэффициент трения на всем пути одинаков.

4.20. Тело массой m_1 соскальзывает с наклонной плоскости массой m_2 с высоты h . В первом случае наклонная плоскость закреплена, во втором может двигаться по гладкому столу (рис. 4.8). В каком случае скорость тела m_1 будет больше?

4.21. Зависимость потенциальной энергии $W_{\text{п}}$ взаимодействия двух частиц от расстояния r между ними показана на рис. 4.9. При каких значениях r частицы находятся в равновесии? Где равновесие устойчивое, а где — неустойчивое? Укажите области, где между частицами действуют силы притяжения, а где — силы отталкивания.