

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ АТОМА ВОДОРОДА

Цель работы – измерение длин волн спектральных линий атомарного водорода в видимой части спектра, экспериментальное определение значения постоянной Ридберга.

1. Теоретические основы работы

Характеристика излучения, выражающая его частотный (спектральный) состав называется *спектром* излучения. Спектры излучения и поглощения атомов являются *линейчатыми*. Они состоят из отдельных *спектральных линий* – узких квазимонохроматических пиков интенсивности излучения. Линии в спектре излучения атомов располагаются не беспорядочно, а образуют строго определенные группы, которые принято называть *сериями*.

Закономерности атомных и молекулярных спектров были хорошо изучены экспериментально еще до создания *квантовой механики*. Однако теоретическое объяснение этих закономерностей возможно только на основе квантовых представлений, как о свете, так и о строении атомов и молекул.

В квантовой механике *состояние* частицы определяется *волновой функцией* $\psi(\vec{r}, t)$ - комплексной функцией действительных переменных: координат \vec{r} и времени t . *Квадрат модуля* волновой функции равен *плотности вероятности* обнаружения частицы в момент t в точке \vec{r} . Различным физическим величинам (энергии, импульсу, моменту импульса и др.), называемым *наблюдаемыми*, в квантовой механике соответствуют *операторы*, которые помечают знаком «^», например \hat{H} . Измеряемые в эксперименте значения наблюдаемых в квантовой механике являются *собственными значениями* соответствующих операторов. Можно показать, что если движение квантовой системы *финитно* (ограничено в пространстве), собственные значения оператора энергии, или *гамильтониана*, \hat{H} *дискретны* (или, по-другому, *квантованы*), в противном случае они *непрерывны*. Так, дискретные значения энергии имеют гармонический осциллятор, электроны в атоме, нуклоны в ядре. Дискретные значения энергии приводят к линейчатым спектрам излучения и поглощения, как это имеет, например, в атоме водорода, излучение которого изучается в данной работе.

Как и энергия, другие наблюдаемые также могут иметь дискретные собственные значения. Дискретные собственные значения наблюдаемых нумеруют так называемыми *квантовыми числами*.

Задача о собственных значениях E гамильтониана \hat{H} имеет вид:

$$\hat{H}\psi = E\psi. \quad (1)$$

Для атома водорода гамильтониан имеет вид суммы операторов кинетической и потенциальной энергий:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}, \quad (2)$$

где \hat{p} - оператор импульса, \hat{U} - оператор потенциальной энергии¹, m – масса электрона, Δ – оператор Лапласа, e – элементарный электрический заряд, r – расстояние между электроном и протоном. Отыскание собственных значений оператора (2) является трудной математической задачей. Приведём лишь конечный результат:

$$E_n = -E_R \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (3)$$

где n – **главное квантовое число**, принимающее значения 1, 2, 3, Т.о., главное квантовое число определяет уровни энергии электрона в атоме водорода. Состояние с $n=1$ называется **основным состоянием**, состояния с $n>1$ –

возбуждёнными состояниями. Константа $E_R = \frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0\hbar)^2} = 13.6\text{эВ}$ называется

энергией ионизации атома водорода (или, по-другому, **потенциалом ионизации атома водорода**) и используется в атомной физике в качестве единицы измерения энергии, называемой **ридбергом**.

Далее, можно показать, что волновые функции (их называют также **орбиталями**), соответствующие одним и тем же значениям n , являются одновременно и собственными функциями оператора **модуля орбитального момента импульса** электрона \hat{L} и оператора **проекции момента орбитального момента импульса** \hat{L}_z на произвольную ось z («ось квантования»).

Собственные значения \hat{L} равны $\sqrt{l(l+1)}\hbar$, где величина $l=0, 1, \dots, (n-1)$ называется **орбитальным квантовым числом**. При этом состояния с $l=0$ называют s -орбиталями, с $l=1$ – p -орбиталями, с $l=2$ – d -орбиталями, с $l=3$ – f -орбиталями.

Собственные значения \hat{L}_z равны $m\hbar$, где m принимает целочисленные значения в интервале от $(-l)$ до l , и называется **магнитным квантовым числом**. Название связано с тем, что различие между состояниями с различными m проявляется в присутствии **магнитного поля**, направление которого и определяет ось квантования z .

Излучение фотонов происходит при переходах электронов из состояний с большей энергией в состояние с меньшей энергией в соответствии с **правилом частот**:

$$\hbar\omega = E_{n_1} - E_{n_2}, \quad (4)$$

где ω – частота фотона и $n_1 > n_2$.

Не все переходы между орбиталями, удовлетворяющие (4) могут быть реализованы. Дело в том, что фотон обладает собственным моментом импульса – **спином** (понятие спина не имеет аналогов в классической физике) равным \hbar . Поэтому **закон сохранения момента импульса** накладывает ограничения на

изменение Δl и Δm квантовых чисел l и m при излучении фотона:
 $\Delta l = \pm 1, \Delta m = 0, \pm 1$. Эти ограничения называются **правилами отбора**.

Резюмируя сказанное, энергия электрона в атоме дискретна (квантована). Знак минус в (3) указывает на то, что полная энергия электрона в атоме меньше, чем в свободном состоянии. За нуль отсчета принимается энергия при $n = \infty$, когда электрон не связан с ядром, а его кинетическая энергия равна нулю.

В спектроскопии уровни энергии принято изображать горизонтальными линиями, а переходы между ними – стрелками (рис. 1). Расстояния между горизонтальными линиями пропорциональны соответствующим разностям энергий.

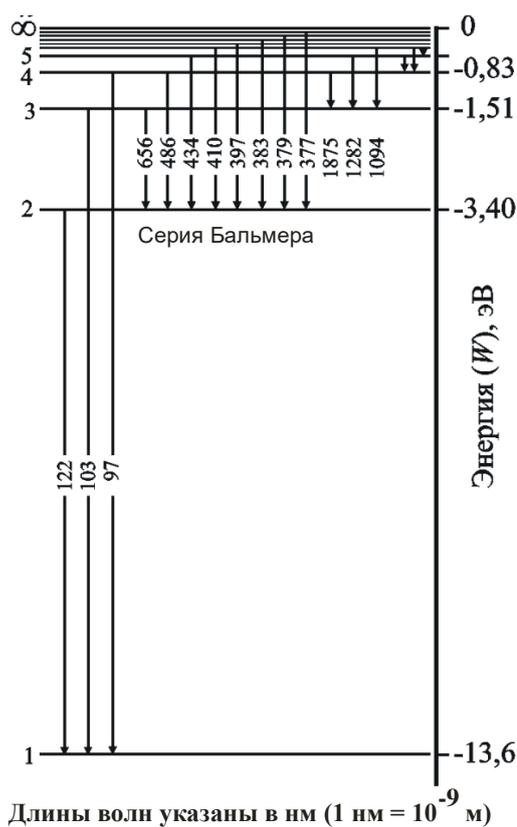


Рис. 1. Энергетические уровни атома водорода

Переход электрона с одного энергетического уровня на другой может происходить только при изменении его энергии на величину равную разности энергий соответствующих уровней. Переход электрона на более высокие уровни энергии (уровни с большим значение энергии) может происходить за счет соударений, связанных с тепловым движением атомов, соударений атомов с достаточно быстрыми электронами в газовом разряде, или при поглощении атомом фотона. При этом атом оказывается в возбужденном состоянии.

Находиться в возбужденном состоянии длительное время атом не может, поэтому электрон спонтанно (самопроизвольно) переходит на более низкий энергетический уровень. При этом испускается фотон, энергия которого, в соответствии с (4) равна разности энергий электрона.

Подставляя выражения для полных энергий E_{n_2} и E_{n_1} из (3), получим формулу для частот спектральных линий (4) получим для атома водорода:

$$\omega = \frac{E_R}{\hbar} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (5)$$

С учетом того, что $\omega = 2\pi c / \lambda$, имеем:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{2\pi\hbar c} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (6)$$

Эта формула часто используется в прикладной спектроскопии. Постоянный множитель, стоящий перед скобкой в последней формуле, **называют постоянной Ридберга для атома водорода**. Подстановка фундаментальных констант даёт $R = 109737,34 \text{ см}^{-1}$.

В спектроскопии величина $k = 1/\lambda$ называется **волновым числом** (не путать с «обычным» волновым числом $k=2\pi/\lambda$!) и обычно выражается в единицах см^{-1} . Волновое число показывает, сколько раз длина волны укладывается в одном сантиметре.

Совокупность спектральных линий, соответствующих переходам на уровень $n_2 = 2$, образует **серию Бальмера**. Четыре первые спектральные линии этой серии расположены **в видимой области спектра**, они обозначаются H_α , H_β , H_γ , H_δ и соответствуют переходам электронов с уровней с квантовыми числами 3, 4, 5 и 6. Для серии Бальмера формула (6) с использованием волнового числа принимает вид

$$k = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots,$$

или

$$k = \frac{R}{2^2} - \frac{R}{n^2}. \quad (7)$$

Величина $T(n) = \frac{R}{n^2}$ называется **спектральным термом** или просто **термом**. Из (7) следует, что волновое число спектральной линии равно разности соответствующих термов.

Из формулы (7) видно, что при стремлении n к ∞ , значение k стремится к $R/4$. Предельное волновое число называется **границей серии**.

Из формулы (7) также следует выражение, содержащее связь между волновыми числами спектральных линий:

$$k_m - k_n = T(n) - T(m),$$

или разность волновых чисел двух спектральных линий равна разности соответствующих термов. Разность волновых чисел двух спектральных линий является, в свою очередь, волновым числом другой спектральной линии. Это

утверждение является современной формулировкой **комбинационного принципа**, который был установлен эмпирическим путем.

Наблюдать видимые линии спектра излучения атома можно с помощью спектральных приборов (спектрометров, монохроматоров). Измерив длины волн наблюдаемых спектральных линий серии Бальмера – красной, голубой, фиолетово-синей и фиолетовой, можно определить экспериментальное значение постоянной Ридберга R .

2. Описание экспериментальной установки

Схематическое изображение экспериментальной установки для исследования спектра излучения атома водорода приведено на рис. 2.

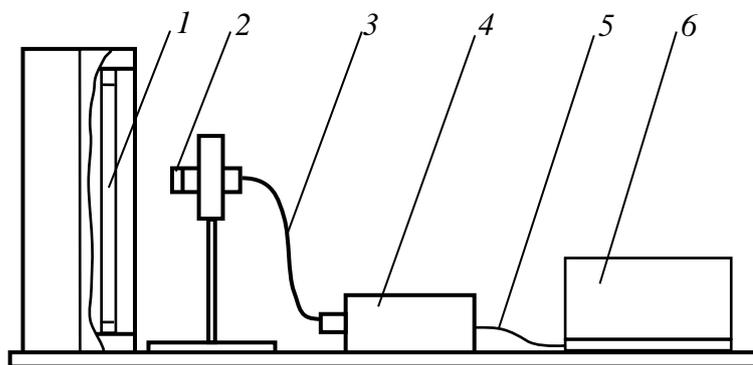


Рис. 2. Экспериментальная установка

Источником излучения является водородная трубка 1, установленная в одном корпусе с источником питания. В водородной трубке под действием высокого напряжения возникает тлеющий разряд. При соударении с электронами, которые ускоряются в электрическом поле и приобретают достаточно большую энергию, атомы водорода возбуждаются. Возбужденные атомы, переходя в состояние с меньшей энергией, излучают несколько спектральных линий, четыре из которых находятся в видимой области спектра, а остальные в ультрафиолетовой области.

Излучение водородной трубки объективом 2 фокусируется на торце световода 3. Через световод излучение попадает в спектрометр 4, где с помощью дифракционной решетки разлагается в спектр. В качестве светочувствительного элемента используется ПЗС линейка (ПЗС – прибор с зарядовой связью), электрический сигнал с которой через кабель 5 подается на USB вход компьютера 6. Специальная программа производит сканирование элементов ПЗС линейки и на дисплее компьютера рисует спектр исследуемого излучения.

3. Порядок выполнения работы

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
Спектрометр Spectra-1	400 - 900 нм		0,05 нм

1. Произведите калибровку спектрометра по известным длинам волн трех спектральных линий гелия, для чего:

- перед объективом спектрометра установите блок с гелиевой трубкой, включите источник питания гелиевой трубки;
- включите компьютер и запустите программу «Spectrometer»;
- произведите калибровку согласно руководству по эксплуатации спектрометра, используя значения длин волн спектральных линий гелия, приведенные в табл. 2;
- выключите источник питания гелиевой трубки.

Таблица 2

Длины волн спектральных линий гелия

Цвет линии	Длина волны λ , нм
Красная	667,8
Желтая	587,6
Зеленая	501,6

2. Определите длины волн спектральных линий излучения водорода, для чего:

- перед объективом спектрометра установите блок с водородной трубкой, включите источник питания водородной трубки;
- в главном окне программы «Spectrometer» нажмите кнопку «Play» и установите флажок «Show peaks». Изменяя расстояние между водородной лампой и объективом спектрометра, добейтесь, чтобы пики спектральных линий, имеющих наибольшую интенсивность, полностью помещались в пределах окна графиков. Запишите длины волн спектральных линий в табл. 3.

Таблица 3

Измерение длин волн спектральных линий атома водорода

Цвета спектральных линий	Длина волны λ , нм
Красная	
Голубая	
Фиолетово-синяя	
Фиолетовая	

4. Обработка результатов измерений

1. Рассчитайте значения волновых чисел спектральных линий серии Бальмера соответствующие значения величины $1/n^2$. Результаты запишите в табл. 4.

Табл. 4

Зависимость волнового числа от $1/n^2$

n	$\frac{1}{n^2}$	$k = \frac{1}{\lambda}, \text{ см}^{-1}$
3		
4		
5		
6		

2. Постройте график зависимости волнового числа k от $1/n^2$.

3. Эта зависимость, как следует из формулы (7), является линейной.

Произведите аналитическую или графическую аппроксимацию экспериментальных точек уравнением прямой линии $y = A + Bx$, где

$$y = k; \quad A = \frac{R}{4}; \quad B = -R; \quad x = \frac{1}{n^2}.$$

6. Найдите среднее значение постоянной Ридберга:

$$R_{\text{ср}} = 2A - B/2.$$

7. Рассчитайте абсолютную погрешность среднего значения постоянной Ридберга

$$\Delta R = \sqrt{(2\Delta A)^2 + \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^2}.$$

Запишите окончательный результат в стандартном виде.

5. Контрольные вопросы

1. Почему оптический спектр водорода представляет собой набор линий? Что такое правило частот?
2. Каким переходам соответствует серия Лаймана? Бальмера? Какие линии лежат в видимом диапазоне?
3. Как связаны между собой длины волн в оптическом спектре водорода? Что такое постоянная Ридберга?
4. От какого уровня принято отсчитывать энергию электронных уровней? Нарисуйте качественно диаграмму уровней энергии атома водорода.

5. Какие величины называют спектральными термами? Сформулируйте комбинационный принцип.
6. Что такое главное квантовое число? Какие еще квантовые числа Вы знаете? Каким величинам они соответствуют?
7. Что такое правила отбора для электронных переходов? Какие правила отбора Вы знаете?

Примечания

¹ Оператор импульса имеет вид: $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$, где $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица, $\vec{\nabla}$ - оператор градиента (очевидно, что $(\vec{\nabla})^2 = \Delta$). Оператор потенциальной энергии электростатического взаимодействия электрона и протона имеет вид:

$$\hat{U} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}.$$

Литература для изучения:

1. § 28 в И.В.Савельев. Курс общей физики: учебное пособие. В 3-х тт. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. 5 изд., стер. – СПб.: издательство «Лань», 2006, - 320 с.
2. § 40 в М.К.Губкин, А.В.Кириченко, В.С.Спивак, Ю.Б.Шеркунов. Курс общей физики. Оптика. Атомная физика: конспект лекций: учебное пособие. М.: Издательский дом МЭИ, 2008, - 192 с.