

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РЕШЕТКЕ

Цель работы – наблюдение дифракции электронов на пространственной решетке, определение длины волны де Бройля для электрона.

1. Теоретические основы работы

Дифракция электронов является наглядным свидетельством наличия у частиц вещества волновых свойств. Это следует из того, что дифракционные явления возможны только для волновых процессов (например, для электромагнитных или звуковых волн). Гипотеза о существовании аналогии между свойствами света и свойствами материальных частиц была впервые сформулирована де Бройлем. Если в одних условиях проявляются корпускулярные свойства света (как потока частиц – фотонов), а в других волновые (интерференция, дифракция), то и для частиц вещества в определенных условиях (в микроявлениях) могут также проявляться волновые свойства.

Де Бройль предположил, что с каждой движущейся частицей вещества, имеющей импульс mv , связан волновой процесс, **длина волны** которого определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка. Например, для электрона, имеющего энергию 10 эВ, длина волны де Бройля составляет 0,388 нм.

При рассмотрении **корпускулярно-волнового дуализма** свойств света неизбежным был вывод о том, что совместить в одном объекте эти противоречивые свойства возможно только на основе **вероятностного подхода**. Вероятностный подход к описанию микрообъектов является важнейшей особенностью квантовой теории. В **квантовой механике** для характеристики **состояний** объектов в микромире вводится понятие **волновой функции** Ψ (пси-функции) – **комплексной** функции координат и времени. **Квадрат модуля** волновой функции $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$ (звездочкой обозначена операция комплексного сопряжения) пропорционален **плотности вероятности** нахождения микрочастицы в данной точке пространства в данный момент времени. Конкретный вид волновой функции определяется силовым полем, в котором находится микрочастица. Математический аппарат квантовой механики позволяет находить волновую функцию частицы, находящейся в заданных силовых полях. Безграничная монохроматическая волна де Бройля является волновой функцией свободной частицы, на которую не действуют никакие силовые поля.

С точки зрения квантовой механики, максимумы в картине дифракции электронов соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. В

области максимумов, зарегистрированных на фотопластинке или на люминесцентном экране, попадает наибольшее число электронов. Но принципиально невозможно предсказать, куда попадет очередной электрон в результате дифракции, существует лишь определенная **вероятность** попадания электрона в то или иное место экрана. Таким образом, описание состояния микрообъекта и его поведения может быть дано только на основе понятия вероятности.

В то же время электрон, испытавший дифракционное рассеяние на кристалле как волна, взаимодействует с атомами фотопластинки как частица, вызывая почернение фотоэмульсии в какой-то определенной точке.

Учитывая сказанное, будем рассматривать дифракцию электронов как дифракцию плоских монохроматических волн де Бройля.

Наиболее отчетливо дифракционные явления проявляются в тех случаях, когда линейные размеры препятствия, на котором происходит дифракция волн, соизмеримы с длиной волны. Это относится к волнам любой физической природы и, в частности, к электронным волнам. Для волн де Бройля искусственно создать препятствие таких размеров (например, отверстие в непрозрачном экране) невозможно, поэтому пользуются естественной дифракционной решеткой, которой является упорядоченная структура **кристалла** с пространственным периодом порядка размеров атома (приблизительно 0,1 нм).

Электронные пучки формируются с помощью электронных пушек, в которых свободные электроны, полученные за счет термоэлектронной эмиссии, ускоряются электрическим полем. Если электрон прошел в электрическом поле разность потенциалов U , то его скорость может быть определена исходя из того, что приращение кинетической энергии электрона равно работе сил электрического поля:

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \\ v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (2)$$

Здесь m и e , соответственно – масса и модуль заряд электрона. Подстановка выражения (2) для скорости в формулу де Бройля (1) дает

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}. \quad (3)$$

С учетом числовых значений e , m и h , длина волны де Бройля для электрона, выраженная в нанометрах, зависит от ускоряющего напряжения, выраженного в вольтах, так:

$$\lambda = \frac{1,225}{\sqrt{U}} \text{ нм}. \quad (4)$$

Дифракцию волн на пространственной решетке, согласно трактовке русского физика-кристаллографа Ю.В. Вульфа и английского физика Лоуренса Брэгга, рассмотрим как интерференционное отражение плоских волн от **атомных плоскостей** кристалла (рис. 1).

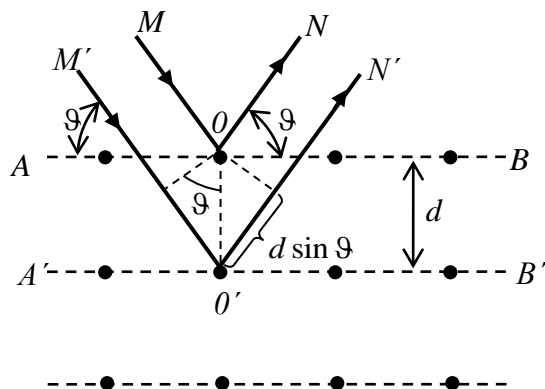


Рис.1. К выводу формулы Вульфа–Брэгга

Рассмотрим систему плоскостей, наиболее густо усеянных (в кристаллографии употребляют термин **плотнупакованные плоскости**) атомами и параллельных естественной грани кристалла, которые называются атомными плоскостями. Таковыми на рис. 1 являются плоскости AB и $A'B'$. Эти плоскости отстоят друг от друга на одинаковом расстоянии d , равном ребру **элементарной ячейки** кристалла.

Пусть на эту систему плоскостей под углом скольжения ϑ падает параллельный пучок монохроматических лучей с длиной волны λ . Рассматривая атомы как центры вторичных когерентных волн, можем определить разность хода, возникающую для лучей MON и $M'O'N'$, отраженных от поверхностей AB и $A'B'$. Как видно на рис. 1, эта разность хода равна $2d \sin \theta$. Отражение будет иметь место только в случае конструктивной интерференции волн де Бройля, то есть если **разность хода** равна целому числу длин волн

$$2d \sin \vartheta = m\lambda \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (5)$$

где d – расстояние между плоскостями кристаллической решетки, m – порядок дифракционного максимума. Эта формула и есть **формула Вульфа – Брегга**, которая лежит в основе спектроскопии рентгеновских лучей и электронной спектроскопии.

На самом деле «отражение» происходит от многих атомных плоскостей, т.е. интерферируют между собой не два пучка, а много пучков. Влияние этих многократных отражений не меняет условия максимума интерференции, а приводит лишь к тому, что интенсивность максимумов увеличивается, а их угловые размеры уменьшаются.

Следует обратить внимание на тот факт, что, как следует из формулы (5), дифракция возможна только при условии $\lambda < 2d$ ($m \geq 1$). При $\lambda > 2d$ волновые свойства электронов никак не проявляют себя, и взаимодействие электронов с атомами кристаллической решетки происходит по классическим законам.

Кроме того, отражение будет иметь место не для всех длин волн, а только для тех, которые отвечают условию (5), т.е. требуется сплошной спектр длин волн. Поэтому наблюдение дифракции электронов на **монокристаллах** (отдельный однородный кристалл, имеющий непрерывную кристаллическую решётку) представляет собой непростую задачу. По чисто техническим причинам невозможно создать пучок электронов, имеющих сплошной спектр энергий и, соответственно, сплошной спектр длин волн де-Бройля. Поэтому, соблюдения условия (5) для фиксированной длины волны добиваются поворотами монокристалла относительно трёх независимых осей.

В методе, предложенном Дебаем, вместо монокристаллов используются поликристаллы (сростки мелких кристалликов – **кристаллитов**) либо мелко растертый кристаллический порошок, спрессованный в цилиндрический столбик, или нанесенный тонким слоем на подложку. Многие материалы естественного и искусственного происхождения (минералы, металлы, сплавы, керамики и т. д.) уже изначально являются поликристаллами. В поликристалле всегда найдется множество кристаллитов, ориентированных так, что произойдет отражение

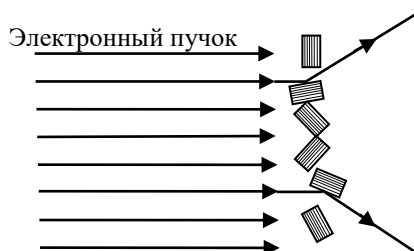


Рис. 2. Дифракция электронов на поликристалле.

от определенной системы атомных плоскостей в соответствии с условиями, определяемыми формулой Вульфа-Брегга (рис. 2).

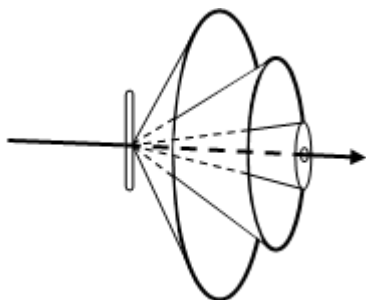


Рис. 3. Наблюдения дифракции электронов на поликристаллах методом Дебая.

В результате дифракции монохроматической волны на поликристалле возникают дифракционные максимумы, которые в силу осевой симметрии направлены по образующим конусов, как это представлено на рис. 3. Этим максимумам интенсивности волновой функции соответствуют максимумы плотности потока электронов. Поэтому дифракционная картина (она называется *дебаяграммой*), получаемая на фотопленке или наблюдаемая на экране, представляет собой систему *концентрических колец*. В центре дифракционной картины наблюдается максимум, соответствующий направлению пучка электронов, не претерпевших отражение.

Используя полученную дифракционную картину, можно рассчитать

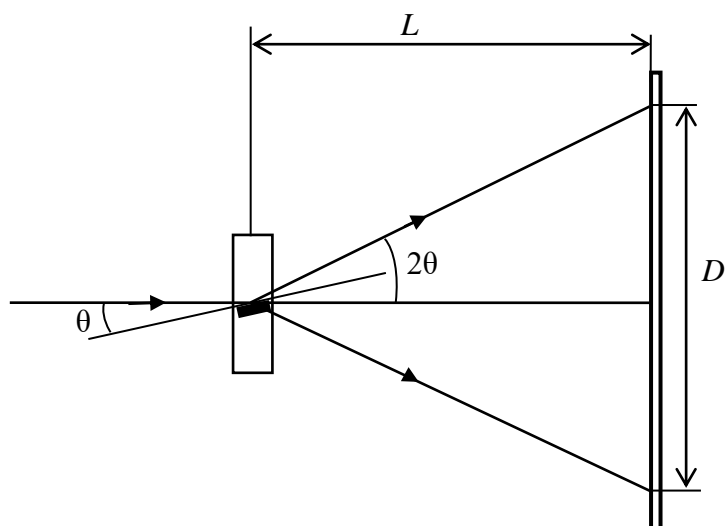


Рис.4. Ход лучей при дифракции на поликристалле

длину волны де Бройля для электронов. На рис. 4 приведен ход лучей при дифракции электронов на поликристалле. В направлении лучей плотность потока электронов максимальна. Ограничимся рассмотрением максимума

дифракции первого порядка $m = 1$. Как следует из рис. 4, диаметр D интерференционного кольца, находящегося на расстоянии L от поликристалла

$$D = 2L \operatorname{tg} 2\vartheta. \quad (6)$$

Принимая во внимание, что при малых углах дифракции $\operatorname{tg} 2\vartheta \approx \sin 2\vartheta \approx 2 \sin \vartheta$, из формул (5) и (6) для первого порядка дифракции получаем

$$\lambda = d \frac{D}{2L}. \quad (7)$$

2. Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки для наблюдения дифракции электронов приведена на рис. 5. Установка состоит из блока питания и электронно-лучевой трубки. Источник питания 1 обеспечивает подачу на электронно-лучевую трубку напряжения накала катода, фокусирующее и ускоряющее напряжения. Измерение ускоряющего напряжения производится по вольтметру 2, а его изменения осуществляется ручкой 3.

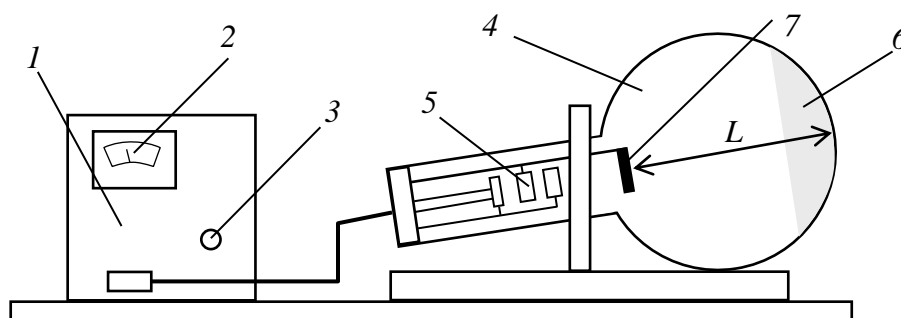


Рис.5. Схема экспериментальной установки

Электронно-лучевая трубка 4 представляет собой вакуумированную стеклянную колбу, в которой размещена электронная пушка 5. С внутренней стороны на торцевую поверхность колбы нанесен слой люминофора 6, в котором в месте попадания электронов возникает свечение. Между анодом пушки и экраном расположена пленка 7 с нанесенным на нее тонким слоем поликристаллического графита, на котором происходит дифракция электронов.

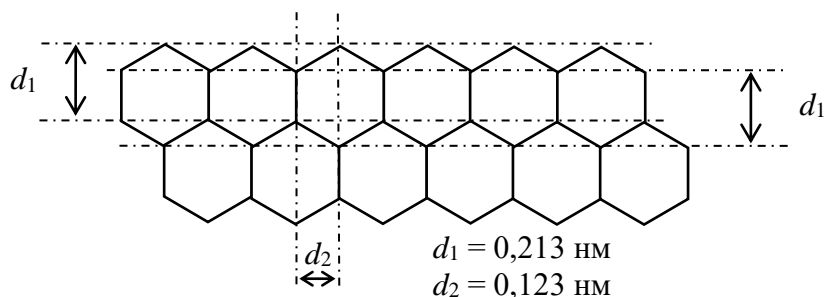


Рис. 6. Атомные плоскости графита

Графит в качестве объекта, на котором происходит дифракция, выбран потому, что обладает малой плотностью и электроны простреливают его даже при энергиях 3 – 5 кэВ. Если в качестве объекта взять металл, например золото, то потребуются энергия электронов 10 – 20 кэВ. В этом случае при торможении электронов на экране возникает заметное рентгеновское излучение, что недопустимо в учебной лаборатории. В кристаллической структуре графита можно выделить две наиболее плотно упакованные системы атомных плоскостей, имеющих межплоскостные расстояния d_1 и d_2 (рис. 6). По этой причине в максимумах дифракции каждого порядка будут наблюдаться по два кольца.

3. Порядок проведения работы

1. Заполните табл. 1 спецификации измерительных приборов. Запишите в протокол данные установки.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

Название прибора и его тип	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность

2. Включите блок питания установки.

3. Установите некоторое значение ускоряющего напряжения U_1 , указанное преподавателем, и запишите его в табл. 2. На экране электронно-лучевой трубки вокруг центрального пятна на оси пучка будут наблюдаться два дифракционных кольца, соответствующих максимумам дифракции первого порядка

4. С помощью линейки или полоски миллиметровой бумаги измерьте диаметры D_{11} и D_{12} дифракционных колец. Результаты измерений запишите в табл.2.

5. По согласованию с преподавателем установите другое значение ускоряющего напряжения U_2 . Измерьте диаметры D_{21} и D_{22} дифракционных колец, полученных при этом напряжении. Значение напряжения U_2 и результаты измерений диаметров колец запишите в табл.2.

Таблица 2

Измерение диаметров дифракционных колец максимумов первого порядка

$U_1 =$ В		$U_2 =$ В	
$d_1 = 0,213$ нм	$d_2 = 0,123$ нм	$d_1 = 0,213$ нм	$d_2 = 0,123$ нм
D_{11} , мм	D_{12} , мм	D_{21} , мм	D_{22} , мм

4. Обработка результатов измерений

1. По результатам измерений табл.2 рассчитайте опытные значения длин волн волн де Бройля λ для всех колец, используя формулу (7):

$$\lambda = d \frac{D}{2L}$$

2. По формуле (4) рассчитайте теоретические значения длин волн де Бройля для двух значений ускоряющего напряжения.

3. Рассчитайте абсолютные погрешности для опытного и теоретического значений длин волн де Бройля при одном и том же ускоряющем напряжении. Запишите окончательный ответ в стандартном виде.

5. Контрольные вопросы

1. В чем состоит гипотеза де Бройля? Выведете формулу для экспериментального определения длины волны, соответствующей электрону.
2. При каких условиях проявляются волновые свойства микрочастиц?
3. Каким образом в квантовой механике описывается состояние микрочастиц?
4. Какое физическое содержание имеет волновая функция?
5. Поясните рисунком понятие кристаллических плоскостей. Покажите на нём межплоскостные расстояния.

6. Почему на люминесцентном экране трубки наблюдаются два кольца? Какому порядку дифракции они принадлежат?
7. Выведете формулу Вульфа–Брэгга.
8. Почему для наблюдения дифракционных колец в установке использована поликристаллическая плёнка, а не монокристалл?

Литература для изучения:

1. § 18 в И.В.Савельев. Курс общей физики: учебное пособие. В 3-х тт. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. 5 изд., стер. – СПб.: издательство «Лань», 2006, - 320 с.
2. §§ 16 – 37 в М.К.Губкин, А.В.Кириченко, В.С.Спивак, Ю.Б.Шеркунов. Курс общей физики. Оптика. Атомная физика: конспект лекций: учебное пособие. М.: Издательский дом МЭИ, 2008, - 192 с.